

Úlohy krajského kola kategórie B (maďarská verzia)

1. A nemnegatív valós a, b számokra fennáll az $a + b = 2$ egyenlőség. Határozd meg a

$$V = \frac{a^2 + b^2}{ab + 1}$$

kifejezés lehető legkisebb és legnagyobb értékét!

2. Keresd meg az összes olyan nyolcjegyű számot, amelynek az első két és az utolsó két számjegyének törlése után 2019-szer kisebb számot kapunk!
3. Adott az S középpontú k körvonal és egy AB húrja, amely nem átmérő. A BA -val ellentétes félegyenesen ki van választva egy B -től különböző K pont. Bizonyítsd be, hogy az AKS háromszög köré írt köre a k körvonalat abban a C pontban metszi, amely a B pont tükörképe az SK egyenes szerinti tengelyes tükrözésben!
4. Egy nemüres véges halmazt *négyzetesnek* nevezünk, ha az összes elemének szorzata négyzetszám. Bizonyítsd be, hogy a $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$ halmaznak pontosan $2^{12} - 1$ négyzetes részhalmaza van!

A **B** kategória kerületi fordulójára

2019. április 2-án (kedden)

délelőtt kell sort keríteni úgy, hogy legkésőbb 10 órakor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalakon: www.olympiady.sk és skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019