

Úlohy krajského kola kategórie C (maďarská verzia)

1. Egy 68×68 -as táblázat minden mezőjét be kell festenünk három szín (piros, kék, fehér) valamelyikével. Hányféle képpen tudjuk ezt megtenni úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban elhelyezkedő tetszőleges három szomszédos mező tartalmazzon mindhárom színű mezőt?
2. Mennyi az a lehető legkisebb összeg, amely olyan négy természetes szám összege, amelyek páronkénti legnagyobb közös osztói 2, 3, 4, 5, 6 és 9? Adj meg egy ilyen összegű megfelelő számnégyest és indokold meg, hogy miért nem létezik ettől kisebb összegű megfelelő számnégyes!
3. Az $ABCD$ paralelogramma AB oldalán, ahol $|AB| = 1$, fel vannak véve azok a K és L pontok, amelyekre $|BK| = \frac{1}{2}$ és $|BL| = \frac{1}{3}$. A CD oldalán pedig felvettük azokat a P és Q pontokat, amelyekre $|CP| = \frac{1}{2}$ és $|CQ| = \frac{1}{3}$. Jelölje X az LD és KP egyenesek metszéspontját, Y pedig a BD és LQ egyenesek metszéspontját. Bizonyítsd be, hogy az XY egyenes felezi a BC oldalt!
4. Az a, b, c valós számok mind nagyobbak, mint $\frac{1}{2}$ és kielégítik az $ab + bc + ca = \frac{5}{4}$ feltételt. Bizonyítsd be, hogy ekkor fennáll az

$$a + b + c > a^2 + b^2 + c^2$$

egyenlőtlenség!

A C kategória kerületi fordulójára

2019. április 2-án (kedden)

dél előtt kell sort keríteni úgy, hogy legkésőbb 10 órakor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalakon: www.olympiady.sk és skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019