

## 68. ročník Matematickej olympiády, 2018/2019

### Úlohy krajského kola kategórie A

1. Dané je prirodzené číslo  $n$ . Tom a Jerry hrajú proti sebe hru na pláne pozostávajúcom z radu 2018 políčok. Na začiatku Jerry položí figúrku na nejaké políčko. V každom kroku potom Tom povie celé číslo z intervalu  $\langle 1, n \rangle$  a Jerry posunie figúrku o vyslovený počet políčok podľa svojej voľby buď doľava, alebo doprava. Tom vyhráva, akonáhle Jerry nemá kam spraviť ťah. Nájdite najmenšie  $n$ , pre ktoré Tom vždy dokáže voliť čísla tak, aby po konečnom počte krokov vyhral.
2. Nájdite všetky celé čísla  $m$  a  $n$ , pre ktoré platí  $n^{n-1} = 4m^2 + 2m + 3$ .
3. Daný je pravouhlý trojuholník  $ABC$ . Na jeho prepone  $BC$  ležia body  $D, E$  také, že  $|CD| = |CA|$ ,  $|BE| = |BA|$ . Nech  $F$  je taký vnútorný bod trojuholníka  $ABC$ , že  $DEF$  je pravouhlý rovnoramenný trojuholník s preponou  $DE$ . Aká je veľkosť uhla  $BFC$ ?
4. Nájdite maximálnu hodnotu výrazu  $a^2 + b^2 + c^2$  pre reálne čísla  $a, b, c$  také, že všetky tri čísla  $a + b, b + c, c + a$  sú z intervalu  $\langle 0, 1 \rangle$ .

Krajské kolo kategórie A sa koná

**v utorok 15. januára 2019**

tak, aby začalo dopoludnia najneskôr o 10:00 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk) a [skmo.sk](http://skmo.sk).

---

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný, Patrik Bak

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019