

Úlohy krajského kola kategórie A (maďarská verzia)

1. Adott az n természetes szám. Egy játéktáblán, amelyen egy sorban 2018 mező van, Tom és Jerry a következő játékot játsza egymás ellen. A játék elején Jerry elhelyez egy bábut valamelyik mezőn. Ezután minden lépésben Tom bemond egy egész számot az $\langle 1, n \rangle$ intervallumból és Jerry a bábut ennyi mezővel odébbtolja a saját döntése szerint vagy jobbra, vagy balra. Tom akkor nyer, amikor Jerry nem tudja a saját lépését végrehajtani. Keresd meg azt a legkisebb n természetes számot, amelyre Tom úgy tudja bemondani a számokat, hogy véges sok lépés után biztosan győzzön.
2. Keresd meg azokat az m és n egész számokat, amelyekre $n^{n-1} = 4m^2 + 2m + 3$.
3. Adott a derékszögű ABC háromszög. A BC átfogóra illeszkednek azok a D és E pontok, amelyekre $|CD| = |CA|$ és $|BE| = |BA|$. Legyen F az ABC háromszög azon belső pontja, amelyre DEF egy DE átfogójú egyenlőszárú derékszögű háromszög. Mekkora a BFC szög?
4. Keresd meg az $a^2 + b^2 + c^2$ kifejezés lehető legnagyobb értékét, ha tudjuk, hogy az a, b, c számok valós számok és az $a + b, b + c, c + a$ összegek mind a $\langle 0, 1 \rangle$ intervallumból valók.

Az A kategória kerületi fordulójára

2019. január 15-én (kedden)

délelőtt kell sort keríteni úgy, hogy legkésőbb 10 órakor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalokon: www.olympiady.sk és skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki

Redakčná úprava: Peter Novotný, Patrik Bak

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2018