

68. ročník Matematickej olympiády, 2018/2019
Úlohy krajského kola kategórie Z9

1. Adela napísala na tabuľu dve kladné celé čísla a dala Lukášovi a Petrovi za úlohu určiť kladný rozdiel druhých mocnín týchto dvoch čísel. Lukáš namiesto toho určil druhú mocninu rozdielu daných dvoch čísel. Vyšlo mu tak číslo o 4038 menšie ako Petrovi, ktorý výpočet vykonal správne. Ktoré dve čísla mohla Adela napísať na tabuľu? Určte všetky možnosti.
2. Na ostrove žijú dva druhy domorodcov: Poctivci, ktorí vždy hovoria pravdu, a Klamári, ktorí vždy klamú. Keď cudzinec stretol troch domorodcov, Alana, Bruna a Ctibora, spýtal sa ich, do ktorej skupiny patria.
Alan oznámil: „Bruno je Klamár.“
Bruno povedal: „Alan a Ctibor sú buď obaja Klamári, alebo obaja Poctivci.“
Ctibor sa nevyjadril.
Mohol cudzinec pri niektorom z týchto domorodcov s istotou určiť, či je Poctivec, alebo Klamár?
3. Keď číslo X vydelím číslom Y , dostanem číslo Z a zvyšok 27. Keď číslo X vydelím číslom Z , dostanem číslo $1,1 \cdot Y$ a zvyšok 3. Ktoré čísla X, Y, Z vyhovujú uvedeným podmienkam? Určte všetky možnosti.
4. Daná je kružnica so stredom S a polomerom 39 mm. Do kružnice máme vpísať trojuholník ABC tak, aby veľkosť strany AC bola 72 mm a bod B ležal v polovine určenej priamkou AC a bodom S . Zo zadaných údajov vypočítajte, akú veľkosť má mať výška trojuholníka ABC z vrcholu B , aby úloha mala dve riešenia.

Krajské kolo kategórie Z9 sa koná

v utorok 19. marca 2019

tak, aby začalo dopoludnia najneskôr o 10:00 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 12 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Svetlana Bednářová, Alžbeta Bohiniková, L. Dedková, Monika Dillingerová, L. Hozová, Veronika Hucíková, Katarína Jasenčáková, M. Krejčová, M. Mach, Erika Novotná, K. Pazourek, M. Petrová, E. Semerádová, Miroslava Farkas Smitková, L. Šimůnek, M. Volfová, V. Žádník

Recenzenti: Alžbeta Bohiniková, Svetlana Bednářová, Monika Dillingerová, Veronika Hucíková, Katarína Jasenčáková, Miroslava Farkas Smitková, Erika Novotná, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019