

68. ročník Matematickej olympiády
2018/2019

Riešenia úloh okresného kola kategórie Z5

Informácia pre okresnú komisiu MO:

Pri každej úlohe sa za akékoľvek úplné riešenie prideluje 6 bodov. Ak žiak rieši úlohu postupom, ktorý sa odlišuje od všetkých tu uvedených riešení, ale úlohu nevyrieši úplne, bodovacia schéma sa zvolí tak, aby čo najlepšie korešpondovala s návrhom hodnotenia tu uvedeným. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 9 alebo viac bodov.

Prosíme o zaslanie výsledkových listín okresných kôl predsedom KKMO alebo nimi poverenej osobe.

Upozorňujeme tiež na možnosť zverejniť výsledkovú listinu okresného kola na oficiálnej stránke Slovenskej komisie MO: skmo.sk. Stačí poslať výsledkovú listinu e-mailom na adresu skmo@skmo.sk v takom formáte, v akom si ju želáte zverejniť na internete. Na stránke skmo.sk/dokument.php?id=429 nájdete šablónu vo formáte Excelovskej tabuľky, ktorú môžete pri príprave výsledkových listín použiť. Nie je to však povinný formát, môžete použiť aj vlastný. Prosíme len, aby ste dodržali označenie poradia podľa nasledovného príkladu: Ak práve 5 žiakov dosiahne viac bodov ako žiak X.Y. a práve traja žiaci (vrátane X.Y.) dosiahnu rovnako veľa bodov ako X.Y., tak žiakovi X.Y. patrí v poradí 6. – 8. miesto, prípadne skráteno len 6. miesto. Analogickým postupom sa určuje umiestnenie všetkých žiakov.

1. Pretekov chrtov sa zúčastnilo 36 psov. Počet psov, ktoré do cieľa dobehli pred Dunčom, bol štyrikrát menší ako počet tých, ktoré dobehli za ním. Koľký bol Dunčo?
(Libuše Hozová)

Riešenie. Všetkých chrtov bez Dunča bolo $36 - 1 = 35$. Päťina z tohto počtu je $35 : 5 = 7$; pred Dunčom dobehlo 7 psov, za Dunčom dobehlo $7 \cdot 4 = 28$ psov. Dunčo dobehol ôsmy.

Návrh hodnotenia. 3 body za rozdelenie 35 psov bez Dunča na päťiny; 3 body za rozdelenie psov pred/za Dunčom a umiestnenie Dunča.

2. Agáta napísala dvadsaťciferné číslo 12345678901234567890. Filip si z Agátinho čísla vybral štyri cifry, ktoré boli zapísané bezprostredne za sebou. Tieto štyri cifry skúšal zapísať v rôznom poradí a nakoniec sa mu z nich podarilo zostaviť dvojicu dvojciferných čísel, z ktorých prvé bolo o 1 väčšie ako druhé. Ktoré dvojice čísel mohol Filip zostaviť? Určte všetky možnosti.
(Lucie Růžičková)

Riešenie. V každej štvorici cifier, ktorú mohol Filip vybrať z Agátinho čísla, sú navzájom rôzne cifry. Výsledné dve čísla preto nemohli mať rovnaké cifry na mieste desiatok (a líšiť sa o 1 na mieste jednotiek). Tieto čísla preto museli byť tvaru $*9$ a $*0$, pričom cifry na mieste desiatok sa líšili o 1.

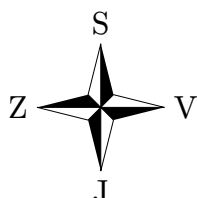
V Agátinom čísle sú všetky možné štvorice po sebe idúcich cifier, medzi ktorými je 9 a 0, tieto:

$$7890, \quad 8901, \quad 9012.$$

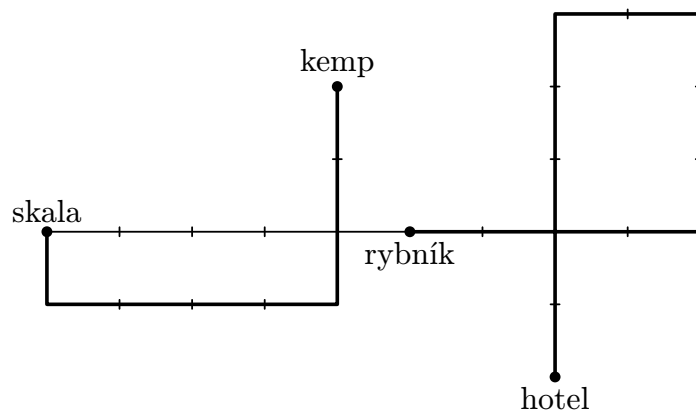
Z prvej štvorice mohol Filip zostaviť čísla 79 a 80, z druhej štvorice nemohol zostaviť nič, z tretej štvorice mohol zostaviť čísla 19 a 20.

Návrh hodnotenia. Po 2 bodoch za každú vyhovujúcu dvojicu čísel; 2 body za kvalitu komentára.

3. Anička vyrazila z hotela na prechádzku, išla 5 km na sever, potom 2 km na východ, 3 km na juh a nakoniec 4 km na západ. Tak došla k rybníku, kde sa okúpala. Vojto vyšiel z kempu, išiel 3 km na juh, 4 km na západ a 1 km na sever. Tak došiel ku skale, ktorá bola 5 km západne od rybníka, v ktorom sa kúpala Anička. Inokedy vyšla Anička zo svojho hotela a Vojto zo svojho kempu, obaja chceli dôjsť k rybníku, v ktorom sa predtým kúpala Anička, a obaja postupovali iba v smeroch štyroch svetových strán. Určte, koľko najmenej kilometrov musela prejsť Anička a koľko Vojto. (Eva Semerádová)



Riešenie. Podľa zadania postupne znázorníme trasu Aničky, trasu Vojta a ich vzájomný vzťah (každý vyznačený dielik predstavuje 1 km):



Teraz vidíme, že Anička to má z hotela k rybníku najmenej 4 km, a to napr. 2 km na sever a 2 km na západ. Vojto to má z kempu k rybníku najmenej 3 km, a to napr. 2 km na juh a 1 km na východ.

Návrh hodnotenia. Po 1 bode za znázornenie trás Aničky a Vojta; 2 body za ich vzájomný vzťah; po 1 bode za najkratšie cesty Aničky a Vojta k rybníku.

Poznámka k druhej časti. Trasy rovnakej dĺžky medzi dvoma miestami nie sú podľa uvedených pravidiel jednoznačné a možno ich vymyslieť mnohými spôsobmi (napr. Anička mohla svoje 4 km z hotela k rybníku ísť aj takto: 1,5 km na západ, 2 km na sever a 0,5 km na západ). Taký rozbor od riešiteľov neočakávame, súčasťou úplného riešenia ale musí byť nejaká konkrétna realizácia.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Svetlana Bednářová, Alžbeta Bohiniková, L. Dedková, Monika Dillingerová, L. Hozová, Veronika Hucíková, Katarína Jasenčáková, M. Krejčová, M. Mach, Erika Novotná, K. Pazourek, M. Petrová, E. Semerádová, Miroslava Farkas Smitková, L. Šimůnek, M. Volfová, V. Žádník

Recenzenti: Alžbeta Bohiniková, Svetlana Bednářová, Monika Dillingerová, Veronika Hucíková, Katarína Jasenčáková, Miroslava Farkas Smitková, Erika Novotná, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019