

69. ročník Matematickej olympiády, 2019/2020

Úlohy školského kola kategórie A

1. Predpokladajme, že navzájom rôzne reálne čísla a, b, c, d splňajú nerovnosti

$$ab + cd > bc + ad > ac + bd.$$

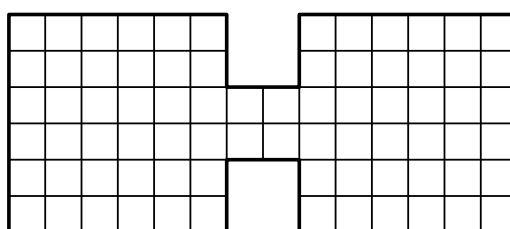
Ak a je z týchto štyroch čísel najväčšie, ktoré z nich je najmenšie?

2. Pre trojuholníky ABC a $A'B'C'$ platí

$$|AB| = |A'B'|, \quad |AC| = |A'C'|, \quad |\angle BAC| + |\angle B'A'C'| = 180^\circ.$$

Ukážte, že veľkosť uhla zovretého stranou BC a ťažnicou z vrcholu A je rovnaká ako veľkosť uhla zovretého stranou $B'C'$ a ťažnicou z vrcholu A' .

3. Ukážte, že počet spôsobov, ktorými možno vydláždiť útvar dominovými kockami,



sa dá vyjadriť ako súčet dvoch druhých mocnín prirodzených čísel.

Školské kolo kategórie A sa koná

v utorok 10. decembra 2019

tak, aby začalo dopoludnia najneskôr o 10:00 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Učitelia pošlú opravené riešenia školských kôl aj s výsledkovou listinou predsedom KKMO alebo nimi poverenej osobe tak, aby zásielka bola doručená pred Vianocami. Odporúča sa odoslať ich najneskôr 17. decembra 1. triedou.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Tomáš Bárta, Vojtech Bálint, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019