

## 69. ročník Matematickej olympiády, 2019/2020

### Úlohy školského kola kategórie B

1. Nájďte všetky celé čísla  $a$ , pre ktoré má rovnica

$$a(x^2 + x) = 3(x^2 + 1)$$

aspoň jeden celočíselný koreň.

2. Dokážte, že stredy kružníc zvonka pripísaných jednotlivým stranám ľubovoľného konvexného štvoruholníka ležia na jednej kružnici.

(Kružnicou pripísanou napríklad strane  $AB$  konvexného štvoruholníka  $ABCD$  rozumieme kružnicu, ktorá sa dotýka strany  $AB$  a polpriamok opačných k polpriamkam  $AD$  a  $BC$ .)

3. Určte najväčšie prirodzené číslo  $k$ , pre ktoré možno na šachovnicu  $8 \times 8$  rozmiestniť  $k$  veží a  $k$  strelcov tak, aby žiadna figúrka neohrozovala inú. (Strelec ohrozuje ľubovoľné políčko diagonály a veža ľubovoľné políčko riadka aj stĺpca, na ktorých stojí.)

Školské kolo kategórie B sa koná

**v utorok 28. januára 2020**

tak, aby začalo dopoludnia najneskôr o 10:00 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk) a [skmo.sk](http://skmo.sk).

Učitelia pošlú opravené riešenia školských kôl aj s výsledkovou listinou predsedom KKMO alebo nimi poverenej osobe do 15. februára.

---

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Tomáš Bárta, Vojtech Bálint, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Jakub Löwit, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Pavel Šalom, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019