

69. ročník Matematickej olympiády, 2019/2020
Úlohy krajského kola kategórie A (maďarská verzia)

1. Keresd meg az

$$\frac{1}{x+y} + z = 1, \quad \frac{1}{y+z} + x = 1, \quad \frac{1}{z+x} + y = 1$$

egyenletrendszer összes valós megoldását!

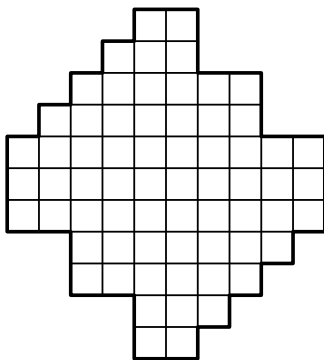
2. Jelölje O a hegyesszögű ABC háromszög köréírt körének középpontját! Továbbá, jelölje P az O pont képét az AC egyenes szerinti tengelyes tükrözésben! Bizonyítsd be, hogy az AO és BP szakaszok középpontjai egy a BC -re merőleges egyenesre illeszkednek!

3. Az $\{1, 2, 3, \dots, 12\}$ halmaz egy négyelemű P részhalmazára jelölje

$$Q = \{3x : x \in P\} \quad \text{és} \quad R = \{4x : x \in P\}.$$

Határozd meg az összes olyan P halmaz számát, amelyre a P , Q , R halmazok elemei 13-mal való osztása után megkapjuk az összes nullától különböző maradékot!

4. Határozd meg, hogy hányféleképpen fedhető le dominókkal az



alakzat!

Az **A** kategória kerületi fordulójára

2020. január 14-én (kedden)

délelőtt kell sort keríteni úgy, hogy legkésőbb 10 órakor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalakon: www.olympiady.sk és skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Tomáš Bárta, Vojtech Bálint, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Jakub Löwit, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Pavel Šalom, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2020