

## 70. ročník Matematickej olympiády, 2020/2021

### Úlohy krajského kola kategórie A (maďarská verzia)

1. Hány különböző szám fordulhat elő az

$$a + 2b, \quad a + 2c, \quad b + 2a, \quad b + 2c, \quad c + 2a, \quad c + 2b$$

számok között, ha  $a, b, c$  egymástól különböző valós számok? Keresd meg az összes lehetőséget!

2. Keresd meg az összes összetett számokból álló számhármast, amelyekben bármely szám osztható a másik kettő szuperosztóinak szorzatával. (Egy természetes  $n > 1$  szám szuperosztójának azt a legnagyobb  $d$  osztóját hívjuk, amelyre  $d < n$ .)
3. A hegyesszögű  $ABC$  háromszög  $BC$  oldalán rendre felvettük a  $D$  és  $E$  pontokat úgy, hogy a  $D$  pont a  $B$  és  $E$  pontok között fekszik, valamint  $|AD| = |CD|$  és  $|AE| = |BE|$ . Tegyük fel, hogy a  $DAE$  szög szögfelezője a  $BC$  szakasz tengelyét egyetlen  $F$  pontban metszi. Bizonyítsd be az  $|\angle BAC| + |\angle DFE| = 180^\circ$  egyenlőséget!
4. Van 70 darab leoltott állapotban levő villanyégőnk egy kör köré rendezve. Az égők tetszőleges csoportjához tudunk olyan kapcsolót készíteni, hogy ez a csoportban levő égők állapotát tudja megváltoztatni (a feloltottakat leoltja, a leoltottakat feloltja) és a többi égőre nincs hatással. Legalább hány kapcsoló szükséges ahhoz, hogy az égők tetszőleges szomszédos négyes csoportját fel tudjuk oltani úgy, hogy a többi égő leoltott állapotban legyen?

Az **A** kategória kerületi fordulójára

**2021. január 12-én (kedden)**

délelőtt kell sort keríteni úgy, hogy pontosan 8.30kor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalakon: [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk) és [skmo.sk](http://skmo.sk).

---

Slovenská komisia MO, KST FRI UNIZA, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Stanislav Krajčí, Jakub Löwit, Ján Mazák, Martin Melicher, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Pavel Šalom, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Martin Melicher, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki

Redakčná úprava: Patrik Bak, Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2020