

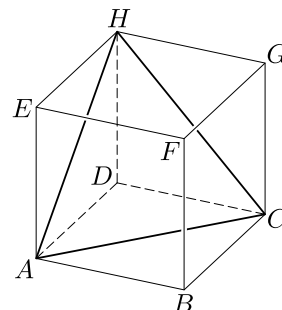
70. ročník Matematickej olympiády, 2020/2021

Úlohy krajského kola kategórie Z9

1. Pre tri neznáme prirodzené čísla platí, že
- najväčší spoločný deliteľ prvého a druhého je 8,
 - najväčší spoločný deliteľ druhého a tretieho je 2,
 - najväčší spoločný deliteľ prvého a tretieho je 6,
 - najmenší spoločný násobok všetkých troch čísel je 1680,
 - najväčšie z čísel je väčšie ako 100, ale nie je väčšie ako 200,
 - jedno z čísel je štvrtou mocninou celého čísla.

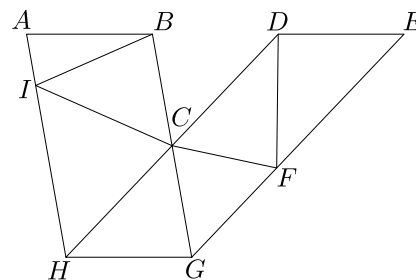
O ktoré čísla ide? Určte všetky možnosti.

2. Trojuholník ACH je určený tromi vrcholmi kocky $ABCDEFGH$, pozri obrázok. Výška tohto trojuholníka na stranu CH má veľkosť 12 cm. Vypočítajte obsah trojuholníka ACH a veľkosť hrany danej kocky.



3. Daná je postupnosť siedmich čísel a, b, c, d, e, f, g . Každé z čísel b, c, d, e, f je aritmetickým priemerom susedných dvoch čísel. Ukážte, že číslo d je aritmetickým priemerom čísel a a g .

4. Dané sú rovnobežníky $ABGH$ a $DEGH$, ktorých vrcholy A, B, D a E ležia na jednej priamke. Bod C je priesečníkom úsečiek BG a DH , bod I leží na úsečke AH a bod F leží na úsečke EG . Mnohouholník $ABCDEGH$ pozostáva zo siedmich trojuholníkov, pričom medzi trojuholníkmi ABI, BCI, CHI, DEF, CDF a CFG je jeden s obsahom 3 cm^2 , jeden s obsahom 5 cm^2 , dva s obsahom 7 cm^2 a jeden s obsahom 10 cm^2 . Okrem trojuholníkov s obsahmi 7 cm^2 nemá žiadna ďalšia dvojica z uvedených siedmich trojuholníkov rovnaký obsah. Rozhodnite, či možno s istotou určiť trojuholníky s obsahmi 7 cm^2 . Ďalej určte obsah mnohouholníka $ABCDEGH$; nájdite všetky možnosti.



Poznámka: Obrázok je len ilustračný.

Krajské kolo kategórie Z9 sa koná

v utorok 16. marca 2021

tak, aby začalo o 08:30 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 12 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KST FRI UNIZA, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina

Autori: Veronika Bachratá, Svetlana Bednářová, Alžbeta Bohiniková, Katarína Buzáková, L. Dedková, Monika Dillingerová, Karol Gajdoš, L. Hozová, M. Krejčová, M. Mach, Erika Novotná, K. Pazourek, M. Petrová, E. Semerádová, Miroslava Farkas Smitková, L. Šimůnek, M. Volfová, V. Žádník

Recenzenti: Veronika Bachratá, Svetlana Bednářová, Alžbeta Bohiniková, Katarína Buzáková, Monika Dillingerová, Miroslava Farkas Smitková, Erika Novotná, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný, Erika Novotná

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2021