

70. ročník Matematickej olympiády, 2020/2021

Úlohy školského kola kategórie A

1. Daný je ostrohý trojuholník ABC . Vnútri jeho strán AB a AC ležia postupne body D a E tak, že $|CD| = |CA|$ a $|BE| = |BA|$. Označme F stred kružnice opísanej trojuholníku ADE . Dokážte, že $AF \perp BC$.
2. Na tabuli je napísaných niekoľko (nie nutne rôznych) prvočísel tak, že ich súčin je 2020-krát väčší ako ich súčet. Určte ich najmenší možný počet.
3. Ak sú a, b, c navzájom rôzne nezáporné reálne čísla, aký je najmenší možný počet rôznych čísel medzi číslami $a + b, b + c, c + a, a^2 + b^2, b^2 + c^2, c^2 + a^2$?

Školské kolo kategórie A sa koná

v utorok 8. decembra 2020

tak, aby začalo o 08:30 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Učitelia pošlú opravené riešenia školských kôl aj s výsledkovou listinou predsedom KKM MO alebo nimi poverenej osobe tak, aby zásielka bola doručená pred Vianocami. Odporúča sa odoslať ich najneskôr 16. decembra 1. triedou.

Slovenská komisia MO, KST FRI UNIZA, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Jakub Löwit, Ján Mazák, Martin Melicher, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Pavel Šalom, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Martin Melicher, Peter Novotný

Redakčná úprava: Patrik Bak, Peter Novotný, Vojtech Bálint

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2020