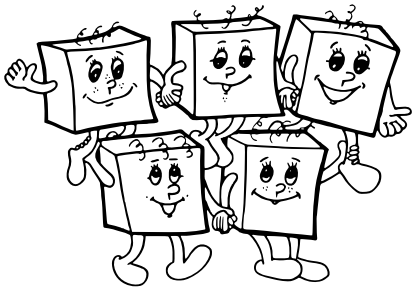
OLYMPIÁDA V INFORMATIKE

NA STREDNÝCH ŠKOLÁCH

http://oi.sk/



tridsiaty ročník

školský rok 2014/2015

zadania krajského kola
kategória B

Priebeh krajského kola

Krajské kolo 30. ročníka Olympiády v informatike, kategória B, sa koná 20. januára 2015 v dopoludňajších hodinách. Na riešenie úloh majú súťažiaci **4 hodiny čistého času**. Rôzne úlohy riešia súťažiaci na samostatné listy papiera. Akékoľvek pomôcky okrem písacích potrieb (napr. knihy, výpisy programov, kalkulačky) sú zakázané.

Čo má obsahovať riešenie úlohy?

- Slovne popíšte algoritmus.
  Slovný popis riešenia musí byť jasný a zrozumiteľný i bez nahliadnutia do samotného algoritmu/programu.
- Zdôvodnite správnosť vášho algoritmu.
- Uveďte a zdôvodnite jeho časovú a pamäťovú zložitosť.
- Podrobne uveďte dôležité časti algoritmu, ideálne vo forme programu v Pascale alebo C/C++.
- V prípade, že používate vo svojom programovacom jazyku knižnice, ktoré obsahujú implementované dátové štruktúry a algoritmy (napr. STL pre C++), v popise algoritmu stručne vysvetlite, ako by ste napísali program s rovnakou časovou zložitosťou bez použitia knižnice.

Hodnotenie riešení

Za každú úlohu môžete získať od 0 do 10 bodov.
Pokiaľ nie je v zadaní povedané ináč, najdôležitejšie dve kritériá hodnotenia sú v prvom rade **správnosť** a v druhom rade **efektívnosť** navrhnutého algoritmu. Na výslednom počte bodov sa môže prejaviť aj kvalita popisu riešenia a zdôvodnenie tvrdení o jeho správnosti a efektívnosti.
Efektívnosť algoritmu posudzujeme vypočítaním jeho časovej zložitosti – funkcie, ktorá hovorí, ako dlho vykonanie algoritmu trvá v závislosti od veľkosti vstupných parametrov. Nezávisí pri tom na konštantných faktoroch, len na rádovej rýchlosti rastu tejto funkcie.
V zadaní úloh uvádzame časť „Hodnotenie“, v ktorej nájdete približné limity na veľkosť vstupných údajov. Pod pojmom „efektívne vyriešiť“ chápeme to, že váš program spustený na modernom počítači by mal dať odpoveď nanajvýš do niekoľkých sekúnd.
Údaje z tejto časti zadania by mali slúžiť hlavne na to, aby ste o riešení, ktoré vymyslíte, vedeli približne povedať, koľko bodov zaň dostanete.

B-II-1 Nakupovanie

V poslednej dobe sa objavuje čoraz viac veľkých obchodných stredísk. Olívia si preto povedala, že by to mohla byť dobrá príležitosť nájsť si brigádu. Netrvalo dlho a bola prijatá do predajne so značkovým oblečením.
Práca predavačky v takomto obchode je väčšinu času ľahká a príjemná: nikto tam nie je a Olívia si môže v kľude čítať knižku, alebo sa venovať jej najobľúbenejšej činnosti – programovaniu. Problémy ale začínajú, keď do predajne príde nejaká snobská zákazníčka. Vtedy musí Olívia nasadiť svoj najkrajší úsmev a ponáhľať sa v ústrety potenciálnemu zárobku.
Obslúžiť náročnú zákazníčku ale nie je také jednoduché: musíte jej na vyskúšanie ponúknuť len oblečenie, ktoré jej sadne. Ak jej ponúknete šaty, ktoré sú jej veľké, obviní vás z toho, že ju pokladáte za tučnú. Ak jej dáte vyskúšať oblečenie príliš malé, nakričí na vás, že nie je žiadna vychrtlá vyžla. Našťastie má Olívia výborný odhad a vie na prvý pohľad presne určiť konfekčnú veľkosť zákazníčky.
Zákazníčka si vie obliecť aj šaty, ktoré sú o trochu väčšie alebo menšie od jej ideálnej veľkosti. Presnejšie, pri číslovaní, ktoré tento obchod používa, platí, že zákazníčka si vie obliecť oblečenie práve vtedy, ak je veľkosť oblečenia nanajvýš o 7 väčšia alebo menšia ako veľkosť zákazničky.
Najhoršie na obsluhovaní je to, že zákazníčke musíte ponúknuť všetky možné kúsky, ktoré si vie obliecť. Ak by totiž Olívia nejaké vynechala, bude jej vytknuté, že si skrýva najlepšie kúsky pre seba. Teraz by potrebovala vašu pomoc, aby vedela skontrolovať, či na nič nezabudla.

Súťažná úloha

Na vstupe dostanete veľkosti všetkých oblečení, ktoré sa nachádzajú v Olíviinej predajni. Samozrejme, rôzne kusy môžu mať aj rovnakú veľkosť. Nasledovať bude zoznam veľkostí zákazníčok, ktoré prichádzajú do obchodu. Pre každú zákazníčku zistite, koľko kusov oblečenia jej má Olívia priniesť. Inými slovami, zistite, koľko kusov oblečenia leží v rozsahu ± 7 od veľkosti dotyčnej zákazníčky.

Formát vstupu

V prvom riadku sa nachádzajú dve čísla k a z. Číslo k udáva počet kusov oblečenia v obchode, číslo z označuje počet zákazníčok. V druhom riadku je k celých čísel, každé určuje veľkosť jedného oblečenia v obchode. Zvyšok vstupu tvorí z riadkov, z ktorých každý obsahuje jedno celé číslo: konferenčnú veľkosť jednej zákazníčky.

Formát výstupu

Pre každú zákazníčku (v poradí, v akom sú uvedené na vstupe) vypíšte na samostatný riadok jedno číslo – počet kusov oblečenia z obchodu, ktoré sú najviac o 7 väčšie alebo menšie od zákazníčkinej skutočnej veľkosti. (Predpokladajte pri tom, že predchádzajúce zákazníčky si nič nekúpili.)

Hodnotenie

Za riešenie s optimálnou časovou zložitosťou môžete získať 10 bodov. Takéto riešenie by na bežnom počítači za sekundu zvládlo spracovať vstup v ktorom $k = z = 1\,000\,000$. Priamočiare riešenia, ktoré budú pre každú zákazníčku zas a znova prezerať celý sklad šatstva, budú ocenené nanajvýš 4 bodmi. Riešenia lepšie od priamočiareho budú ocenené 5 až 9 bodmi podľa ich časovej zložitosti.

Príklady

vstup

```
7 3
2 3 8 2 10 25 13
1
33
13
```

výstup

```
4
0
3
```

Prvá zákazníčka si môže obliecť oblečenie s veľkosťami 2, 3, 8 *a* 2. *Druhej sa nehodí nič čo sa nachádza v obchode. Tretia si môže obliecť iba oblečenia s veľkosťami* 8, 10 *a* 13.

B-II-2 Šetrenie

Luxusko má do budúcnosti veľké množstvo plánov: založiť si firmu, nájsť si pekný byt s výhľadom na Dunaj, kúpiť si vrtuľník na diaľkové ovládanie či vlastný ostrov, precestovať celý svet, ... Problém ale je, že na všetko spomínané potrebuje peniaze. A veľa peňazí. Rozhodol sa preto šetriť.
Nepoužíva však účet v banke ale klasické pokladničky v tvare prasiatok. Pre každý svoj sen má jednu pokladničku. Tie má uložené v rade, jednu vedľa druhej. Vždy keď zarobí nejaké peniaze, zvolí si niektorú pokladničku a vhodí ich do nej.

Zemčo je Luxuskov kamarát. Robí v nemenovanej veľkej firme začínajúcej na písmeno G a teda zarába oveľa lepšie. Rozhodol sa preto Luxuskovi pomôcť s jeho šetrením. Vždy, keď má Luxusko nejaký sviatok, či už narodeniny, Vianoce alebo Mikuláša, nájde Zemčo pokladničku s najväčšími úsporami a do všetkých ostatných pokladničiek pridá toľko eur, aby aj v nich bolo toľko isto. Ak napríklad mal Luxusko pred Zemčovou návštevou v pokladničkách sumy $(3, 5, 10, 2)$, bude mať po Zemčovej návšteve $(10, 10, 10, 10)$.

Súťažná úloha

Luxusko začal mať zmätok v tom, koľko má kde peňazí, a preto potrebuje vašu pomoc. Vašou úlohou bude napísať program, ktorý bude spracovávať postupnosť operácií. Každá operácia je jedného z dvoch typov:

- **Operácia** `L`: Dostanete zadané, do ktorej pokladničy a koľko peňazí chce Luxusko pridať. V tomto prípade máte vypísať, koľko je v tejto pokladničke peňazí po tom, čo tam Luxusko pridá želanú hodnotu.
- **Operácia** `Z`: Prišiel Zemčo a doplnil všetky pokladničky na rovnakú (maximálnu) hodnotu. Vypíšte, čomu bola rovná táto hodnota.

Na začiatku sú všetky pokladničky prázdne.

Formát vstupu

V prvom riadku bude číslo n označujúce počet pokladničiek. Pokladničky sú očíslované od 1 po n. V druhom riadku bude číslo m označujúce počet operácií, ktoré nasledujú.
Nasleduje m riadkov, každý popisuje jednu operáciu. Ak chce Luxusko pridať do pokladničky číslo i sumu x, v riadku bude text „`L` i x“. Ak prišiel Zemčo a dopĺňa pokladničky, v riadku bude jediné písmeno „`Z`“.

Formát výstupu

Na každú operáciu typu `L` vypíšte, koľko peňazí bude v danej pokladničke po priadaní. Na operáciu typu `Z` vypíšte, aká je maximálna hodnota peňazí medzi všetkými pokladničkami.

Hodnotenie

Plných 10 bodov dostanete za riešenie s najlepšou možnou časovou zložitosťou. Takéto riešenie dokáže na bežnom počítači za sekundu spracovať ľubovoľnú postupnosť 10 000 000 operácií s 10 000 000 pokladničkami.
Za riešenia s dobrou, ale nie úplne optimálnou, časovou zložitosťou udelíme od 5 do 8 bodov. Priamočiara simulácia bude ohodnotená nanajvýš 4 bodmi.

Príklady

vstup	výstup	pokladničky
3 6 L 1 2 Z L 2 1 L 2 3 L 1 5 Z	2 2 3 6 7 7	$(2, 0, 0)$ $(2, 2, 2)$ $(2, 3, 2)$ $(2, 6, 2)$ $(7, 6, 2)$ $(7, 7, 7)$

vstup	výstup	pokladničky
4 5 Z L 2 1 L 3 1 Z Z	0 1 1 1 1	$(0, 0, 0, 0)$ $(0, 1, 0, 0)$ $(0, 1, 1, 0)$ $(1, 1, 1, 1)$ $(1, 1, 1, 1)$

B-II-3 Tajná firma

Sonny si ide zakladať firmu. Keďže si neželá, aby si jeho firmu všimli nepovolaní ľudia, rozhodol sa použiť fintu ktorú ho voľakedy naučil Vito Corleone: *stačí zvoliť názov firmy tak, aby bol čo najneskôr v abecednom poradí.* Potom sa bude firma objavovať pri konci všetkých možných zoznamov a nik sa k nej nikdy nedočíta.
Napríklad `aura` by bol úplne zlý názov firmy, lebo je skoro na začiatku abecedného poradia. Omnoho lepší názov by bol `zaba`. A od názvu `zaba` by bol ešte o čosi lepší názov `zabaasyn` – ten by bol v abecednom zozname všetkých firiem ešte o kúsok neskôr.

Sonny by rád mal vizitky s názvom svojej firmy. Nemôže si ich však nechať len tak vyrobiť, lebo by potom mohli nepovolaní ľudia zistiť jeho prepojenie na firmu. Našťastie v pivnici našiel krabicu s rôznymi vizitkami jeho „obchodných partnerov“. Rozhodol sa, že si z nich vyrobí vlastné: zoberie čiernu fixku a na každej vizitke začierni väčšinu písmen tak, aby ostali viditeľné len písmená, ktoré (v poradí v akom boli na vizitke) tvoria názov jeho firmy.
Keby mal Sonny napríklad firmu s názvom `zaba`, tak vizitku firmy `nezarabame` vie prerobiť na svoju: vyškrtá niektoré písmená a ostane `__za__ba__`. Vizitku firmy `bazar` by však použiť nevedel.

Súťažná úloha

Na vstupe dostanete názvy firiem na vizitkách, ktoré Sonny našiel v krabici. Sonny si chce zvoliť názov svojej firmy tak, aby mohol použiť *úplne všetky* vizitky čo našiel. Napíšte program, ktorý nájde *najlepší možný* názov pre Sonnyho firmu. Takýto názov sa musí nachádzať na všetkých vizitkách a zároveň musí byť v abecednom poradí čo najneskôr.

Formát vstupu

V prvom riadku vstupu je číslo n: počet vizitiek. Nasleduje n riadkov a v každom z nich text na jednej z vizitek. Každý text je tvorený 1 až ℓ malými písmenami anglickej abecedy (bez medzier).

Formát výstupu

Vypíšte najlepší možný názov Sonnyho firmy, alebo reťazec `SMOLA` ak neexistuje žiaden vyhovujúci názov.

Hodnotenie

– 10 bodov dostane riešenie, ktoré efektívne vyrieši každý vstup kde $n, \ell \leq 500$.
– 7 bodov dostane riešenie, ktoré efektívne vyrieši každý vstup kde $n, \ell \leq 50$.
– 4 body dostane riešenie, ktoré efektívne vyrieši každý vstup kde $n = 1$ a $\ell \leq 100$
(teda vstupy, v ktorých má Sonny len jednu jedinú vizitku).

Príklady

vstup
```
1
zub
```
výstup
```
zub
```

vstup
```
1
dromedarpodoknom
```
výstup
```
rrpooom
```

vstup
```
2
abc
def
```
výstup
```
SMOLA
```

vstup

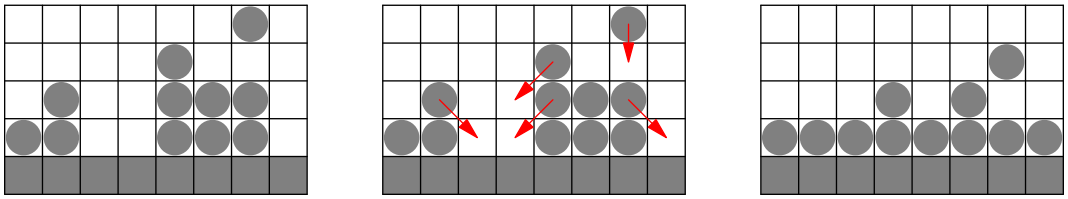
```
2
pozajtrazavecera
zastromamipridome
```

výstup

```
ztrr
```

B-II-4 V krajine kde sa piesok lial

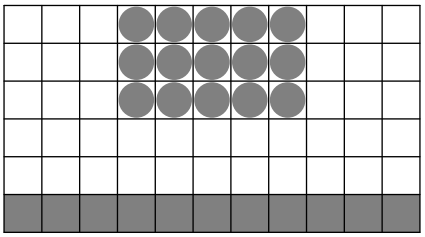
V domácom kole si Majka naprogramovala počítačovú hru v ktorej postupne padali zrnká piesku. Pripomeňme si, ako to fungovalo. Každé zrnko piesku malo veľkosť presne 1 pixel (bod obrazovky). Simulácia prebiehala v taktoch. V každom takte najskôr všetky zrnká piesku vyhodnotili, kam sa pohnúť, a potom sa tak pohli.
A ako sa také zrnko piesku rozhoduje, kam sa pohnúť? Najskôr sa pozrie pod seba. Ak je pixel pod ním prázdny, padne tam. Ak nie je, pozrie sa zrnko šikmo doľava dodola, či nemôže padnúť tam. A ak nemôže padnúť ani tam, tak sa ešte pozrie aj doprava dodola. No a ak aj toto zlyhá, zrnko ostáva tam kde je.
Na nasledujúcich obrázkoch je jeden príklad. Vľavo je situácia obsahujúca viacero zrniek piesku. V strede je rozkreslené, ktoré jej zrnká sa chcú pohnúť a kam. No a vpravo je nakreslená situácia o takt neskôr – teda po tom ako sa uskutočnili v strede znázornené pohyby zrniek piesku.



V nasledujúcom takte by potom jediné zrnko, ktoré je ešte vo vzduchu (v siedmom stĺpci) spadlo o políčko dodola a tým by už vzniklo stabilné rozloženie.

Podúloha A (3 body)

Vo vzduchu sa z ničoho nič zjavil blok tvorený 3×5 zrnkami piesku. Celá situácia je znázornená na nasledujúcom obrázku. Tento piesok teraz začne padať podľa vyššie popísaných pravidiel. Vašou úlohou je odsimulovať *prvé dva takty* a nakresliť situáciu po každom z nich.



Podúloha B (3 body)

V domácom kole ste Majke ukázali, že ňou navrhnuté pravidlá simulácie nie sú dokonalé, lebo sa občas môžu dve zrnká piesku zraziť. Majka preto pridala nasledujúce dve pravidlá:

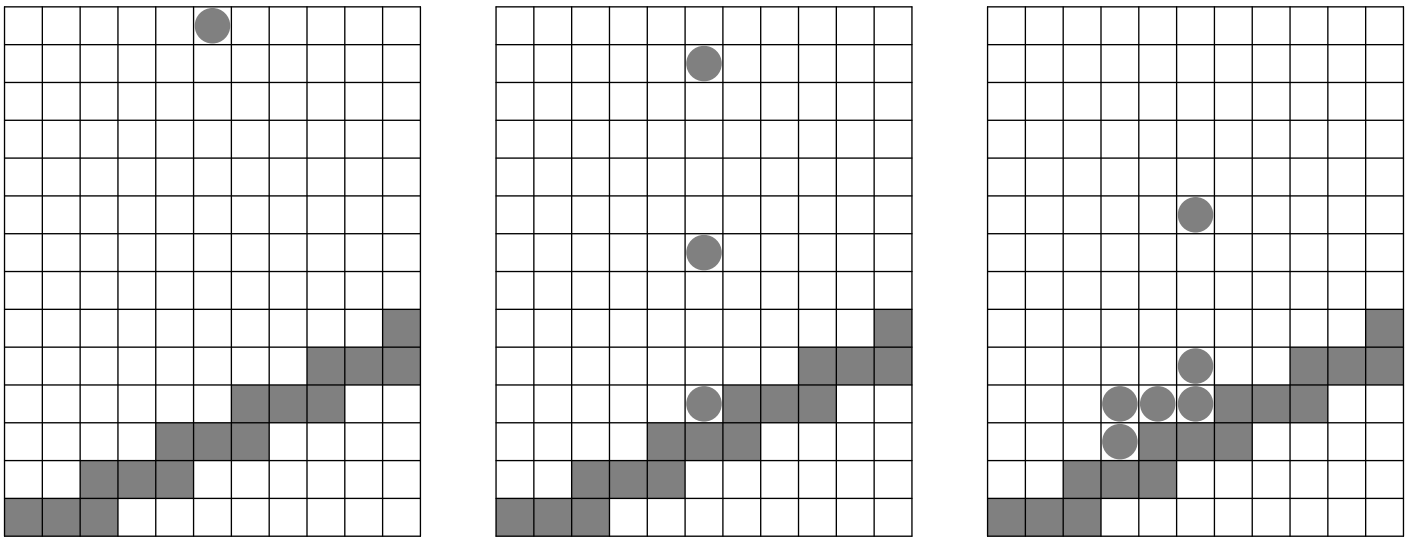
1. Ak sa chce v nejakom takte viacero zrniek piesku pohnúť na to isté voľné miesto, prednosť má to zrnko, ktoré by padalo rovno dodola. Ostatné zrnká, ktoré na to miesto chceli ísť, sa v tomto takte vôbec nebudú hýbať.

2. Ak aj po použití pravidla 1 ešte stále existujú situácie, v ktorých chce ísť viac zrniek na to isté miesto, pohne sa to z nich, ktoré je momentálne najviac vľavo.

Vašou úlohou je ukázať, že pravidlo 2 naozaj potrebujeme. Nájdite teda nejaké rozmiestnenie zrniek piesku, pri ktorom je treba použiť pravidlo 2 na to, aby sme zistili, kam sa ktoré zrnko pohne v najbližšom takte.

Podúloha C (4 body)

Podobne ako v domácom kole, ideme teraz sypať piesok zhora na dosku. Doska je ale tentokrát naklonená. Na obrázku vľavo je situácia po 0 taktoch: máme jediné zrnko piesku, a to sa nachádza kdesi vo vzduchu nad doskou. Na tomto mieste sa každých 5 taktov zjaví nové zrnko piesku. Obrázok v strede predstavuje situáciu po 11 taktoch. Obrázok vpravo predstavuje situáciu po 30 taktoch od začiatku.



Nakreslite, ako bude celá situácia vyzerať po 136 taktoch od začiatku.
Pravidlá z podúlohy B používať netreba, žiadne dve zrnká piesku sa počas tejto simulácie nezrazia. Potrebujeme si ale pridať ešte jedno nové pravidlo: zrnká piesku nemôžu opustiť obrazovku (ako keby všade okolo obrazovky bola stena).

TRIDSIATY ROČNÍK OLYMPIÁDY V INFORMATIKE

Príprava úloh: Michal Anderle, Michal Forišek
Recenzia: Michal Forišek
Slovenská komisia Olympiády v informatike
Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2015