

62. ročník Fyzikálnej olympiády
 v školskom roku 2020/2021
 kategória A – celoštátne kolo
 Riešenie experimentálnej úlohy

1. Píšťala

Riešenie:

- a) Meranie objemu fľaše: $V_0 = 1,01$ litra 1 b
 Meranie frekvencie základného tónu $f_0 = 204,1$ Hz. 1 b
- b) Tabuľka nameraných hodnôt frekvencie 5 b

V_n (ml)	f_{ni} (Hz)					f_n (Hz)	λ_n (m)
0	204,0	202,5	205,1	199,4	209,3	204,1	1,666
100	216,9	213,4	218,7	219,9	214,8	216,7	1,569
200	245,2	240,0	243,7	239,0	235,6	240,7	1,413
300	259,5	261,7	255,7	262,9	257,1	259,4	1,311
400	278,6	272,8	282,2	275,2	274,5	276,7	1,229
500	295,6	302,3	301,0	307,2	306,2	302,5	1,124
600	393,4	393,7	394,5	396,4	393,3	394,3	0,862
700	457,3	455,0	446,4	458,3	452,3	453,9	0,749
800	582,7	581,1	584,7	579,5	583,6	582,3	0,584
900	991,3	993,1	983,6	989,9	985,0	988,6	0,344

- c) Výpočet vlnových dĺžok v predchádzajúcej tabuľke. 1 b
- d) Odvodenie závislosti 5 b

Prúdom vzduchu cez prekážku (ústie fľaše) vznikajú turbulencie, ktoré sú zdrojom rozkmitania tenkej vrstvy vzduchu v ústí fľaše. Vzduch vo fľaši pôsobí ako akustický rezonátor, ktorý zosilní kmity s rezonančnou frekvenciou (a jej vyššími harmonickými frekvenciami).

Uvažujeme tenkú vrstvičku vzduchu v ústí fľaše s hmotnosťou $m = \rho_v v$, kde ρ_v je hustota vzduchu, ktorá kmitá ako piest v smere osi fľaše s výchylkou x z rovnovážnej polohy. Vzduch vo fľaši pôsobí na vrstvičku ako pružina. Dej vo vzduchu je rýchly, a preto ho možno považovať za adiabatický. Zmena objemu spôsobená výchylkou x vrstvičky je $\Delta V_{vz} = S x$, kde $S = \pi d^2/4$ je obsah prierezu ústia fľaše. Pre zmenu tlaku vzduchu vo fľaši platí podľa stavovej rovnice máme

$$(p + \Delta p)(V_0 - V + S x)^{\kappa} = p(V_0 - V)^{\kappa},$$

odkiaľ dostávame

$$\Delta p = p \left[\frac{(V_0 - V)^\kappa}{(V_0 - V + Sx)^\kappa} - 1 \right] = p \frac{1 - \left(1 + \frac{S}{V_0 - V} x\right)^\kappa}{\left(1 + \frac{S}{V_0 - V} x\right)^\kappa}.$$

Pre veľmi malé výchylky $x \ll V_0 - V$ vzťah linearizujeme pomocou vzťahu $(1+x)^n \approx 1+nx$

$$\Delta p = p \frac{1 - \left(1 + \frac{S}{V_0 - V} x\right)^\kappa}{\left(1 + \frac{S}{V_0 - V} x\right)^\kappa} = -\frac{\kappa p S}{V_0 - V} x.$$

Pre pohyb vrstvičky potom platí pohybová rovnica

$$ma = S \Delta p \text{ a po dosadení } \rho_v v \ddot{x} = -\frac{\kappa p S^2}{V_0 - V} x = -kx.$$

Ide o rovnicu harmonických kmitov s frekvenciou

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho_v} \frac{S^2}{v(V_0 - V)}} = \frac{1}{2\pi} c \sqrt{\frac{S^2}{v(V_0 - V)}}.$$

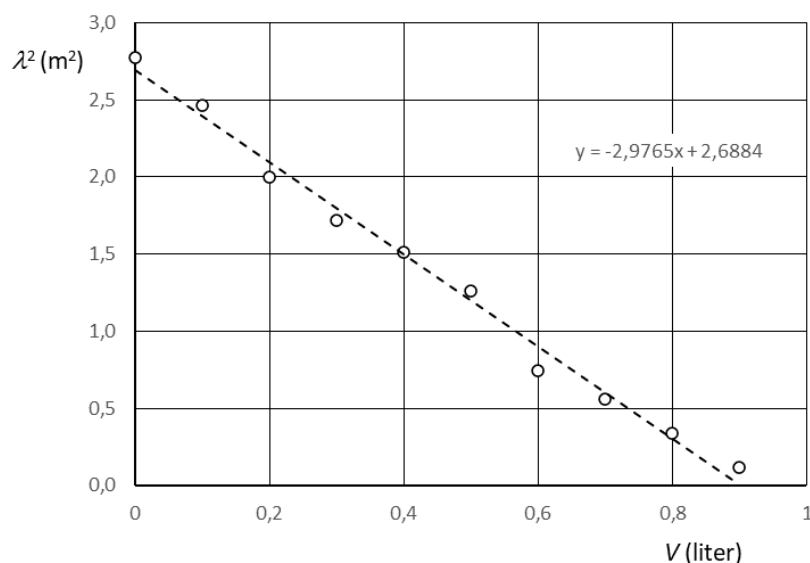
Ak uvážime vzťah pre vlnovú dĺžku $\lambda = \frac{c}{f}$, výraz upravíme na tvar

$$\lambda = 2\pi \sqrt{\frac{v(V_0 - V)}{S^2}}, \text{ resp. } \lambda^2 = 4\pi^2 \frac{v(V_0 - V)}{S^2} = 64 \frac{v}{d^4} V_0 - 64 \frac{v}{d^4} V = A - BV.$$

- e) Ak definujeme premenné $y = \lambda^2$ a $x = V$, dostávame rovnicu priamky $y = A - Bx$. 5 b

Pre namerané objemy a frekvencie určíme vlnové dĺžky a doplníme stĺpec do tabuľky nameraných hodnôt.

Z hodnôt v tabuľke zostrojíme graf



Po preložení najpravdepodobnejšej priamky určíme jej parametre

$$A \approx 2,69 \text{ m}^2, B \approx 2,98 \times 10^3 \text{ m}^{-1}.$$

Zmeriame vnútorný priemer hrdla fľaše $d \approx 3,4$ cm a pomocou hodnoty B určíme objem

$$v = \frac{B d^4}{64} \approx 62,2 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 62,2 \text{ ml}$$

2 b

62. ročník Fyzikálnej olympiády – *Experimentálna úloha celoštátneho kola kategórie A*

Autor návrhu úlohy:

Lubomír Mucha

Recenzia:

Aba Teleki, Ivo Čáp

Preklad textu úlohy do maďarského jazyka:

Aba Teleki

Redakcia:

Ivo Čáp

Vydal:

Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2021