

70. ročník Matematickej olympiády, 2020/2021

Úlohy krajského kola kategórie C (maďarská verzia)

1. Határozza meg az összes természetes számot, amelyre vonatkoznak

$$n + p(n) = 70,$$

ahol $p(n)$ a n szám összes számjegyének *termékét* jelöli.

2. Határozza meg, hogy a n mely természetes számok lehetnek négyzet alakú táblák $n \times n$, amelynek mezői mezőként vannak színezve sakktábla, töltsé ki a 2 és a -1 számokat úgy, hogy egyszerre:

- (a) a táblázat egyes sorainak és oszlopainak összes számának összege egyenlő 0-val,
(b) a táblázat összes fekete mezőjében szereplő számok összege megegyezik az összes fehér dobozán szereplő számok összege

3. Adott egy ABC háromszög, amelyben a D , E egymás után a középpontok oldalak BC , AB . Legyen F a BE egyenes közepe és G a AC oldal belső pontja, amelyre $|AG| = 3|CG|$ vonatkozik. Bizonyítsuk be, hogy a DF és GE egyenesek metszéspontja ezen a párhuzamon fekszik BC vonallal áthaladva a A ponton.

4. Legyen a , b tetszőleges pozitív valós szám, amelyre $a^2 + b^2 = 1$. Keresse meg a kifejezés lehető legkisebb értékét

$$\frac{a^2(a + b^3)}{b - b^3} + \frac{b^2(b + a^3)}{a - a^3}$$

és határozza meg, hogy melyik figyelembe vett a , b pár esetében éri el ez az érték.

A **C** kategória kerületi fordulójára

2021. március 30-án (kedden)

délelőtt kell sort keríteni úgy, hogy pontosan 8.30kor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalakon: www.olympiady.sk és skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KST FRI UNIZA, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Stanislav Krajčí, Jakub Löwit, Ján Mazák, Martin Melicher, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Pavel Šalom, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Martin Melicher, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki

Redakčná úprava: Peter Novotný, Tomáš Jurík

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2020