

65. ročník Matematickej olympiády, 2015/2016

Úlohy celoštátneho kola kategórie A (maďarská verzia)

ELSŐ VERSENYNAP, 2016. ÁPRILIS 4.

1. Adott a $p > 3$ prímszám. Határozzátok meg az összes olyan pozitív egész számokból álló (a, b, c, d, e, f) rendezett számhatosok számát, amelyekben a számok összege $3p$, valamint az összes

$$\frac{a+b}{c+d}, \frac{b+c}{d+e}, \frac{c+d}{e+f}, \frac{d+e}{f+a}, \frac{e+f}{a+b}$$

tört egész számú értéket vesz fel!

2. Az ABC háromszögben jelölje rendre r , ill. r_a a háromszög beírt körének sugarát, ill. a BC oldalához hozzáírt körének sugarát. Bizonyítsátok be, hogy ha fennáll az

$$r + r_a = |BC|$$

egyenlőség, akkor az ABC háromszög derékszögű!

3. Egy bizonyos város lakói között népszerűek a matematikai klubok. Bármely két klubnak van legalább egy közös tagja. Bizonyítsátok be, hogy a város lakói között szét tudunk osztani körzőket és vonalzókat úgy, hogy csak egy lakó kapja meg mindkét eszközt, de minden klubnak a tagjai teljes jelenléte mellett rendelkezésére álljon úgy a körző, mint a vonalzó!

A feladatok megoldására 4,5 óra áll rendelkezésre. Minden feladatért legfeljebb 7 pont szerezhető. A verseny folyamán tilos az elektronikus eszközök, valamint az írásos jegyzetek használata.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Leo Boček, Pavel Calábek, Ivan Cimrák, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Peter Novotný, Eva Oravcová, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2016

**65. ročník Matematickej olympiády
2015/2016**

**Úlohy celoštátneho kola kategórie A
(maďarská verzia)**

MÁSODIK VERSENYNAP, 2016. ÁPRILIS 5.

4. Az a , b , c pozitív számokra fennáll:

$$(a + c)(b^2 + ac) = 4a.$$

Határozzátok meg a $b + c$ kifejezés lehető legnagyobb értékét és az összes olyan (a, b, c) számhármast, amelyre ez az érték elérhető!

5. Az ABC háromszögben $|BC| = 1$ és a BC oldalon pontosan egy olyan D pont van, amelyre $|DA|^2 = |DB| \cdot |DC|$. Határozzátok meg az ABC háromszög területének összes lehetséges értékét!
6. Egy 6×6 -os sakktábla egyik mezőjén egy bábút helyezünk el. Ez a bábu csak függőleges, ill. vízszintes irányban mozoghat. A lépéseinek hossza felváltva egy, ill. kettő. A kezdőlépés hossza egy (azaz szomszédos mezőre). Döntsetek el, hogy elhelyezhető-e ez a bábu a sakktábla valamelyik mezőjén úgy, hogy 35 megfelelő lépés után a sakktábla minden mezőjét pontosan egyszer látogassa meg!

A feladatok megoldására 4,5 óra áll rendelkezésre. Minden feladatért legfeljebb 7 pont szerezhető. A verseny folyamán tilos az elektronikus eszközök, valamint az írásos jegyzetek használata.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Leo Boček, Pavel Calábek, Ivan Cimrák, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Peter Novotný, Eva Oravcová, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2016