

67. ročník Matematickej olympiády, 2017/2018

Úlohy krajského kola kategórie Z9

1. Vo finále súťaže spoločenských tancov mal každý z dvadsiatich piatich porotcov ohodnotiť päť tanečných párov známkami 1 až 5 ako v škole, pričom každú známku musel použiť práve raz. Po súťaži bola zverejnená tabuľka s priemerami známok pre každý pár:

pár A	pár B	pár C	pár D	pár E
4,68	3,86	3,36	1,44	1,60

Vzápätí sa zistilo, že práve jeden z priemerov je v tabuľke uvedený zle. Zistite, ktorý priemer je chybný, a opravte ho.

Jedným z porotcov bol strýko tanečníka páru E. Páry však hodnotil čestne a bez zaujatosti nasledujúcim spôsobom: 1 pre D, 2 pre E, 3 pre B, 4 pre C a 5 pre A. Napriek tomu mu po vyhlásení opravených výsledkov víťalo v hlave, či by býval mohol nepoctivým oznámkovaním posunúť pár E na prvé miesto. Zistite, či to mohol dokázať.

2. Každé z čísel a a b sa dá vyjadriť ako súčin troch prvočísel menších ako 10. Každé prvočíslo menšie ako 10 je prítomné v rozklade aspoň jedného z čísel a a b . Najväčší spoločný deliteľ čísel a a b je rovný najväčšiemu spoločnému deliteľovi čísel $\frac{a}{15}$ a b a súčasne dvojnásobku najväčšieho spoločného deliteľa čísel a a $\frac{b}{4}$. Určte čísla a a b .
3. Na tajomnom ostrove žijú dva druhy domorodcov: jedni hovoria výlučne pravdu (pocivci), druhí stále klamú (klamári). Výskumníci tam stretli niekoľko skupín domorodcov a vždy sa každého zo skupiny spýtali, koľko je v ich skupine pocivcov.
- Ako odpovede od jednej štvorčlennej skupiny dostali všetky čísla rovnaké.
 - Ako odpovede od druhej skupiny dostali čísla 0, 1, 3, 3, 3, 4.
- Koľko pocivcov mohlo byť v jednej a koľko v druhej skupine? Určte všetky možnosti.
4. V kosoštvorci $ABCD$ so stranou dĺžky 4 cm a uhlopriečkou AC dĺžky 4 cm je bod K stredom strany BC . Ďalej sú zostrojené body L a M , ktoré tvoria spolu s bodmi D a K štvorec $KLMD$. Vypočítajte obsah štvorca $KLMD$.

Krajské kolo kategórie Z9 sa koná

v utorok 27. marca 2018

tak, aby začalo dopoludnia najneskôr o 10:00 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 12 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Svetlana Bednářová, Alžbeta Bohiniková, L. Dedková, Monika Dillingerová, L. Hozová, Veronika Huciková, Katarína Jasenčáková, M. Krejčová, M. Mach, Erika Novotná, K. Pazourek, M. Petrová, E. Semerádová, Miroslava Smitková, L. Šimůnek, M. Volfová, V. Žádník

Recenzenti: Alžbeta Bohiniková, Svetlana Bednářová, Monika Dillingerová, Veronika Huciková, Katarína Jasenčáková, Miroslava Smitková, Erika Novotná, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2018