

67. ročník Matematickej olympiády, 2017/2018

Úlohy okresného kola kategórie Z9

1. Štefka a Terezka dostali bonboniéru, v ktorej bolo 35 čokoládových cukríkov. Prvý deň zjedla Terezka $\frac{2}{5}$ toho, čo zjedla v tento deň Štefka. Druhý deň zjedla Štefka $\frac{3}{4}$ toho, čo zjedla v tento deň Terezka. Na konci druhého dňa bola bonboniéra prázdna. Koľko cukríkov celkom zjedla Terezka, keď vieme, že počet cukríkov zjedených Terezkou a počet cukríkov zjedených Štefkou sa líšia o najmenšiu možnú hodnotu? Každý deň zjedlo každé z dievčat aspoň jeden cukrík a žiadny cukrík nebol delený na časti.
2. Vo štvoruholníku $ABCD$ sú strany AB a CD rovnobežné, pričom strana AB je dvakrát dlhšia ako strana CD . Bod S je priesečníkom uhlopriečok štvoruholníka $ABCD$ a trojuholníky ABS a CDS sú oba rovnostranné. Bod E je taký bod úsečky BS , že veľkosť uhla ACE je 30° . Určte pomer obsahov štvoruholníka $ABCD$ a trojuholníka EBC .
3. Štyri kamarátky našli v učebnici nasledujúcu poznámku:

Vieme, že $\sqrt{a \cdot b} = 99\sqrt{2}$ a že $\sqrt{a \cdot b \cdot c}$ je prirodzené číslo.

Teraz premýšľajú a dohadujú sa, čo môžu povedať o čísle c :

Anna: „Určite to nemôže byť $\sqrt{2}$.“

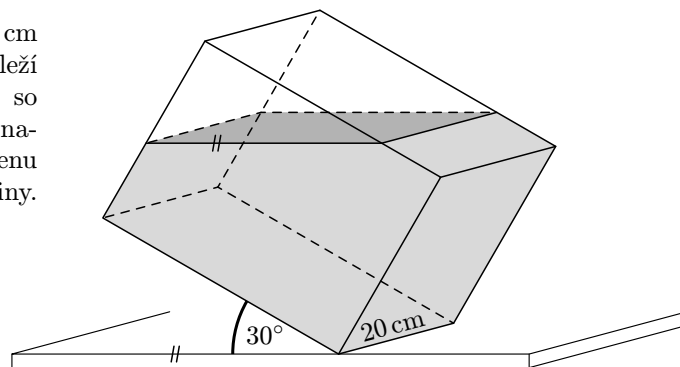
Dana: „Môže to byť napr. 98.“

Hana: „Môže to byť akékoľvek párne číslo.“

Jana: „Také číslo je určite len jedno.“

Rozhodnite, ktoré z dievčat má (majú) pravdu, a vysvetlite prečo.

4. Kváder s rozmermi $20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$ je položený tak, že hrana dĺžky 20 cm leží na stole a hrana dĺžky 40 cm zvierá so stolom uhol 30° . Kváder je čiastočne naplnený vodou, ktorá omáča hornú stenu s rozmermi $20 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$ z jednej štvrtiny. Určte objem vody v kvádri.



Okresné kolo kategórie Z9 sa koná

v stredu 24. januára 2018

tak, aby začalo dopoludnia najneskôr o 10:00 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 12 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Prosíme o zaslanie opravených riešení okresných kôl aj s výsledkovou listinou predsedom KKMO alebo nimi poverenej osobe do 16. februára.

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Svetlana Bednářová, Alžbeta Bohiniková, L. Dedková, Monika Dillingerová, L. Hozová, Veronika Huciková, Katarína Jasenčáková, M. Krejčová, M. Mach, Erika Novotná, K. Pazourek, M. Petrová, E. Semerádová, Miroslava Smitková, L. Šimůnek, M. Volfová, V. Žádník

Recenzenti: Alžbeta Bohiniková, Svetlana Bednářová, Monika Dillingerová, Veronika Huciková, Katarína Jasenčáková, Miroslava Smitková, Erika Novotná, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2018