

## 67. ročník Matematickej olympiády, 2017/2018

### Úlohy školského kola kategórie A

1. Určte všetky reálne čísla  $p$ , pre ktoré má sústava nerovnic

$$x^2 + (p - 1)x + p \leq 0,$$

$$x^2 - (p - 1)x + p \leq 0$$

aspoň jedno riešenie v obore reálnych čísel.

2. V trojuholníku  $ABC$  označme postupne  $S_b, S_c$  stredy strán  $AC, AB$ . Dokážte, že ak  $|AB| < |AC|$ , tak  $|\angle BS_cC| < |\angle BS_bC|$ .
3. Pavol striedavo vpisuje krížiky a krúžky do políčok tabuľky (začína krížikom). Keď je tabuľka celá vyplnená, výsledné skóre spočíta ako súčet  $X + O$ , pričom  $X$  je počet riadkov obsahujúcich viac krížikov ako krúžkov a  $O$  je počet stĺpcov obsahujúcich viac krúžkov ako krížikov. Určte najvyššie možné skóre dosiahnuteľné pre tabuľku  $(2n + 1) \times (2n + 1)$  v závislosti od prirodzeného čísla  $n$ .

Školské kolo kategórie A sa koná

**v utorok 12. decembra 2017**

tak, aby začalo dopoludnia najneskôr o 10:00 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk) a [skmo.sk](http://skmo.sk).

Učítelia pošlú opravené riešenia školských kôl aj s výsledkovou listinou predsedom KKMO alebo nimi poverenej osobe tak, aby zásielka bola doručená pred Vianocami. Odporúča sa odoslať ich najneskôr 15. decembra 1. triedou.

---

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný, Vojtech Bálint

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2017