

Úlohy školského kola kategórie A (maďarská verzia)

1. Keressétek meg az összes olyan  $p$  valós számot, amelyre az

$$\begin{aligned}x^2 + (p - 1)x + p &\leq 0, \\x^2 - (p - 1)x + p &\leq 0\end{aligned}$$

egyenlőtlenségrendszernek van legalább egy megoldása a valós számok halmazán.

2. Az  $ABC$  háromszögben jelölje rendre  $S_b$  és  $S_c$  az  $AC$  és  $AB$  oldal középpontját. Bizonyítsátok be, hogy ha  $|AB| < |AC|$ , akkor  $|BS_cC\Delta| < |BS_bC\Delta|$ .
3. Pali egy táblázat mezőibe felváltva ír karikát és keresztet (keresztrel kezd). Amikor az egész táblázat ki van töltve, akkor a végeredményt az  $X + O$  képlet alapján számolja ki, ahol  $X$  azon sorok számát jelöli, amelyekben több kereszt van, mint karika,  $O$  pedig azon oszlopok száma, amelyekben több karika van, mint kereszt. Határozzátok meg azt a lehető legnagyobb végeredményt, amely egy természetes  $n$  számtól függően egy  $(2n + 1) \times (2n + 1)$ -es táblázatban elérhető.

Az **A** kategória iskolai fordulójára

**2017. december 12-én (kedden)**

délelőtt kell sort keríteni úgy, hogy legkésőbb 10 órakor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 14 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalakon: [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk) és [skmo.sk](http://skmo.sk).

Kérjük a tanárokat, hogy az iskolai forduló kijavított megoldásait a verseny eredménylistájával együtt az MO kerületi bizottságának elnökéhez még karácsony előtt juttassák el. Tanácsoljuk, hogy a csomagot 1. osztályú küldeményként adják fel postán legkésőbb december 15-ig.

---

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki

Redakčná úprava: Peter Novotný, Vojtech Bálint

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2017