

70. ročník Matematickej olympiády, 2020/2021

Úlohy školského kola kategórie C

1. Určte všetky dvojice (m, n) prirodzených čísel, pre ktoré platí

$$2m + 2s(n) = n \cdot s(m) = 70,$$

pričom $s(a)$ označuje ciferný súčet prirodzeného čísla a .

2. Daný je rovnobežník $ABCD$, v ktorom K, L sú postupne stredy strán BC, AD . Nech päta M kolmice z bodu D na priamku AB leží vnútri strany AB daného rovnobežníka a nech N je stred úsečky MB . Dokážte, že $|NK| = |NL|$.

3. Nech a, b, c sú kladné reálne čísla, pre ktoré platí $ab + bc + ca = 1$. Určte, aké hodnoty nadobúda výraz

$$\frac{a(b^2 + 1)}{a + b} + \frac{b(c^2 + 1)}{b + c} + \frac{c(a^2 + 1)}{c + a}.$$

Školské kolo kategórie C sa koná

v utorok 26. januára 2021

tak, aby začalo o 08:30 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 19:00 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Učitelia pošlú opravené riešenia školských kôl aj s výsledkovou listinou predsedom KK MO alebo nimi poverenej osobe do 15. februára.

Slovenská komisia MO, KST FRI UNIZA, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Ján Brajerčík, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Jakub Löwit, Ján Mazák, Martin Melicher, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Pavel Šalom, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Martin Melicher, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2021