

70. ročník Matematickej olympiády, 2020/2021

Úlohy školského kola kategórie C (maďarská verzia)

1. Határozd meg az összes olyan pozitív egész számokból álló (m, n) számpárt, amelyekre

$$2m + 2s(n) = n \cdot s(m) = 70,$$

ahol $s(a)$ az a szám számjegyeinek összegét jelöli!

2. Adott az $ABCD$ paralelogramma, amelyben K és L rendre a BC és AD oldalak középpontja. Legyen M a D pontból az AB oldalra vetített merőleges talppontja! Legyen N az AB oldal egy belső pontja és legyen N az MB szakasz középpontja! Bizonyítsd be, hogy $|NK| = |NL|$.

3. Legyenek a, b, c olyan pozitív valós számok, amelyekre $ab + bc + ca = 1$. Határozd meg, hogy milyen értékeket vehet fel az

$$\frac{a(b^2 + 1)}{a + b} + \frac{b(c^2 + 1)}{b + c} + \frac{c(a^2 + 1)}{c + a}$$

kifejezés!

A C kategória iskolai fordulójára

2021. január 26-án (kedden)

délelőtt kell sort keríteni úgy, hogy pontosan 8.30-kor kezdődjön és a versenyzőknek a feladatok megoldására 4 óra álljon a rendelkezésükre. A versenyző mindegyik feladatért 6 pontot szerezhet. Sikeres megoldónak nyilvánul az a versenyző, aki 10 vagy több pontot szerez. A verseny folyamán tilos a számológépek és egyéb más elektronikus segédeszközök, valamint bármilyen írásos jegyzetek használata. Ezeket a feltételeket a verseny kezdete előtt kell a versenyzők tudomására hozni.

A feladatok megoldásai a verseny napján 19 órától megtekinthetők lesznek a következő weboldalakon: www.olympiady.sk és skmo.sk.

Kérjük a tanárokat, hogy az iskolai forduló kijavított megoldásait a verseny eredménylistájával együtt az MO kerületi bizottságának elnökéhez legkésőbb február 15-ig juttassák el.

Slovenská komisia MO, KST FRI UNIZA, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Ján Brajerčík, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Jakub Löwit, Ján Mazák, Martin Melicher, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Pavel Šalom, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Martin Melicher, Peter Novotný

Preklad: Vojtech Bálint, Štefan Gyürki

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2021