

63. ročník Fyzikálnej olympiády

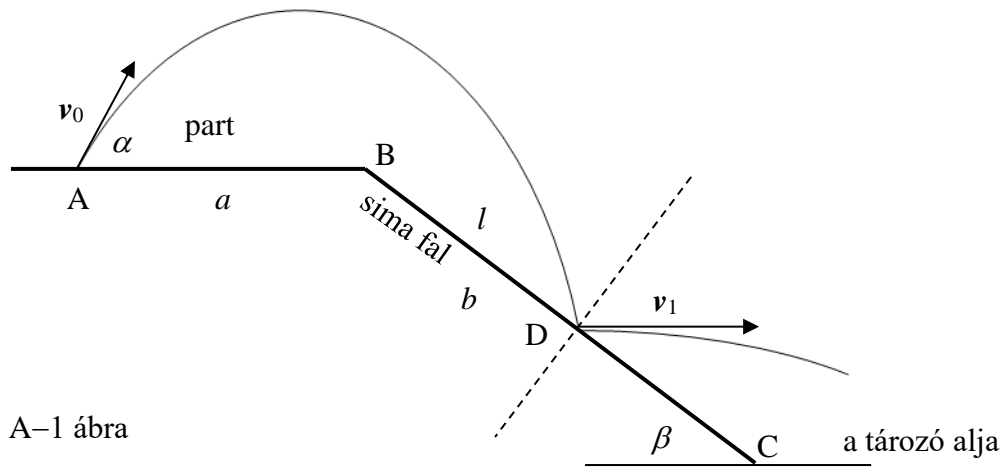
v školskom roku 2021/2022

Kategória A

Domáce kolo – text úloh v maďarskom jazyku

1. Ferde hajítás

Az üres víztározó sima falának dőlésszöge $\beta = 35^\circ$, és a fal hossza $b = 16,0$ m. A vízszintes parton, $a = 10,0$ m távolságban a szélétől álló fiú (A pont) labdákat dobál $v_0 = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ sebességgel. A labdák a fal törésvonalára merőleges síkban repülnek (A–1 ábra).



- Az α hajítási szög mekkora tartományában hajíthatja a fiú a labdát, hogy a tározó vízszintes partjára essen?
- Az α hajítási szög mekkora tartományban hajíthatja a fiú a labdát, hogy a tározó aljára essen? Mekkora maximális c távolságra repülhet ekkor a labda a ferde fal C aljától, és milyen α_1 szög mellett kell ekkor elhajítania a labdát? Oldják meg grafikus eljárással!
- Mekkora α_2 szög alatt kell a labdát elhajítania a fiúnak, hogy a tározó ferde faláról, tökéletesen rugalmas ütközés után, vízszintesen pattanjon el (az A–1 ábrán a D pontban)? Határozzák meg a BD szakasz l hosszát, mekkora v_1 sebességgel pattan el a labda a D pontban, valamint a C törésvonaltól mekkora d_1 távolságban ér a labda a tározó aljára!

A légellenállás elhanyagolhatóan kicsi, az A pontról (ahonnan a labdát dobják), tételezzék fel, hogy a tározó partjának szintjén van. A gravitációs gyorsulás $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

2. A megláncolt ballon

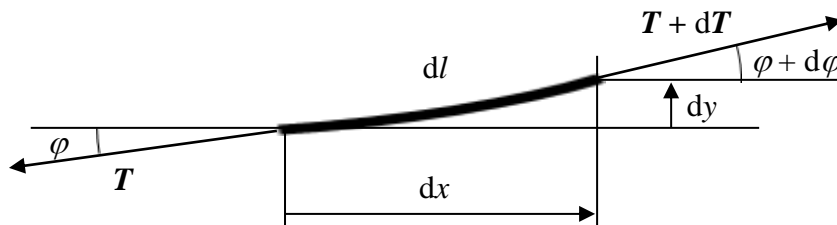
A tanulók érdekes kísérletbe kezdtek egy gömb alakú héliummal töltött ballonnal. Szélcsendben felengedték a ballont egy nagyon vékony szabadon engedett fonálon, és mérték, milyen gyorsan emelkedik. Már kis magasságban is elérte a maximális, egyenletes sebességét $u_1 = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Ezután a ballont visszahúzták a földre és egy fémláncot erősítettek hozzá, amelynek hosszúsága $\mu = 50 \text{ g} \cdot \text{m}^{-1}$, teljes hossza pedig $L = 1,5 \text{ m}$ volt. A láncot szabadon a vízszintes felületre helyezték, majd a ballont elengedték, és az emelkedni kezdett. Addig emelkedett, amíg a lánc ballonhoz erősített felső vége $h_1 = 50 \text{ cm}$ magasságba nem került.

Később vízszintes irányú v sebességű szél kezdett fújni. A gyerekek úgy döntöttek, hogy megismétlik a ballonos kísérletet, de a lelógó láncsal. A ballon emelkedését a lánc újból megállította, miközben a szél elsodorta a ballont, maga után húzva a láncot. A vízszintes felület és lánc közti súrlódási tényező $f = 0,45$. A ballontra ható ellenállási erő négyzetesen aránylik a levegő ballonhoz viszonyított áramlási sebességével.

- a) Készítsék el a levegő által sodort ballon rajzát! Ábrázolják a ballontra ható erők vektorjait, és más színnel (szaggatott vonalakkal) pedig a láncra ható erők vektorjait! Írják le tömören a ballon-lánc rendszer mozgását!
- b) Határozzák meg mekkora maximális v_1 sebességű szél nem sodorja még el a ballont?

A fiúk megmérték, amikor a ballont sodorja a szél, milyen magasan (h_2) van a ballonhoz rögzített lánc felső vége. Otthon úgy döntöttek, hogy a megmért h_2 magasságot számítással is ellenőrzik. A lelógó lánc alakja igen összetettnek tűnt, nem emlékeztette őket semmilyen ismert görbére, ezért úgy döntöttek, hogy kis szakaszonként fogják vizsgálni. A B-2 ábrán a lánc egy nagyon rövid (ún. elemi) része látható, melynek hossza dl . Az elemirész két végén ható húzóerők érintőleges irányúak. A lánc alakja görbe, ezért a lánc érintője és a vízszintes által bezárt φ szög a lánc elemi dl hosszán $d\varphi$ értékkel változik.



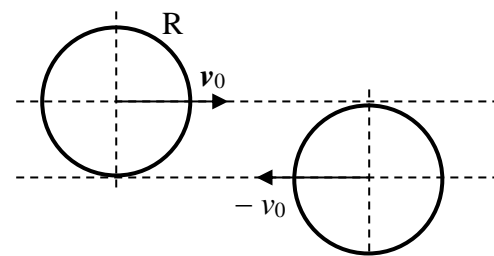
B-2 ábra

Felírták a lánc elemi részére vonatkozó általános egyensúlyi egyenleteket a vízszintes és függőleges irányra is. A kapott egyenletekből kifejezték a dT/dy arányt, ahol dT a T húzóerő nagyságának változása a lánc elemi részének végpontjai között, ha a végpontok közötti magasságkülönbség dy . Felhasználták a kis szögekre érvényes $\sin(d\varphi) \approx d\varphi$ és $\cos(d\varphi) \approx 1$ közelítőleges egyenlőségeket.

- c) Határozzák meg, a fent leírt eljárással, mekkora h_2 magasságban kellett lennie a lánc ballonhoz rögzített végének, ha a szél sebessége v_1 volt!
- d) Mekkora h_3 magasságban volt a lánc ballonhoz rögzített vége, és milyen u_2 sebességgel mozgott a ballon, ha a szél sebessége $v_2 = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ volt?

3. Karikák ütközése

Két egyforma, R sugarú, vékony, tökéletesen rugalmas karika csúszik egymás felé egy vízszintes sima asztallapon, azonos v_0 sebességgel. A két egyenes, amely mentén a karikák középpontjai mozognak, egymástól R távolságban van (A-3 ábra). A karikák ütközőfelületén fellépő súrlódás következtében, a karikák az ütközés után ω szögsebességgel fognak a saját tengelyeik körül, amelyek merőlegesek az asztallapra.



Obr. A-3

- a) Mekkora a karikák asztallaphoz viszonyított haladómozgásának v sebességei az ütközés után?

- b) Mekkora szögsebességgel forognak a karikák az ütközés után, és milyen irányban?
- c) Mekkora d távolságban van egymástól a két egyenes, amelyek mentén a karikák középpontjai haladnak az ütközés után?
- d) Mekkora lehet d legkisebb értéke (d_m), és mekkora lehet a karikák felülete közti legkisebb f_m súrlódási tényező, amelynél megvalósul a d_m érték?
- e) Határozzák meg a $p = Q/E_0$ arányt, ahol Q az ütközésben felszabadult hő, E_0 pedig a két karika teljes kinetikus energiája az ütközés előtt! Mekkora p maximális értéke (p_m)?

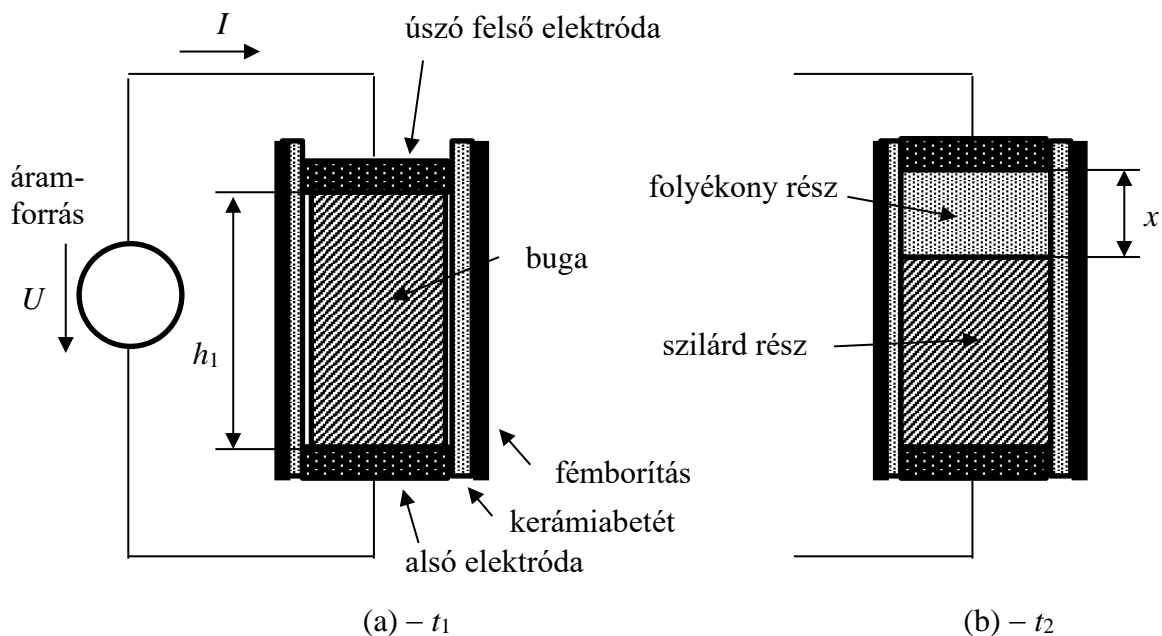
A feladatot oldják meg általánosan, majd a megadott értékekre: $v_0 = 50 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$, $f = 0,10$ és $R = 20 \text{ cm}$! A karikák és asztallap közt fellépő súrlódás elhanyagolhatóan kicsi. A karikák deformációja az ütközés alatt elhanyagolhatóan kicsi a karikák méreteihez viszonyítva. Az ütközés (deformáció) Δt időtartama szintén elhanyagolhatóan kicsi, ez alatt az idő alatt a karikák elmozdulása elhanyagolhatóan kicsi a karikák méreteihez viszonyítva.

4. Elektromos olvasztókemence

Ötvözetek adalékanyagokkal való elegyítésekor gyakran használnak elektromos olvasztókemencét. Tanulmányozzuk a kemence egyszerűsített modelljét! A henger alakú olvasztókemence fémborítása magas olvadási hőmérsékletű fémből van, kis hővezetésű kerámiabetéttel kibélelve. Az olvasztókemence alját magas olvadási hőmérsékletű henger alakú elektróda képezi. Az azonos felső elektróda érintkezik az olvasztandó fémrúddal (a fémrúd kohászati megnevezése: ingot, buga), és függőleges irányban elmozdulhat – „úszik”.

Első lépésben az olvasztókemencébe egy $h_1 = 2,5 \text{ m}$ magas, $d_1 = 120 \text{ cm}$ átmérőjű és $t_1 = 200 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletű bugát helyeznek. A kemence fala és a buga közt hézag van (A-4(a) ábra), amely teljesen kitöltődik, mire a buga fémje az olvadáspontjára melegszik. (A-4(b) ábra).

Az elektródák egy állandó $U_0 = 3,0 \text{ V}$ feszültségű áramforráshoz csatlakoznak (az áramkör egy kapcsolóval megszakítható).



A-4 ábra

Miután a kapcsolóval zárjuk az áramkört, a fémbugában hő szabadul fel, a buga felmelegszik, majd megolvad. Tételezzék fel, az egyszerűség kedvéért, hogy a buga teljes térfogatában

egyenletesen melegszik, és az fémolvadék fentről lefelé alakul ki! Így a kemence felső részében olvadt fémréteg alakul ki. Tételezzék fel, hogy a szilárd fém és olvadék közti határ egy vízszintes sík!

A fém megolvadásának mértékét az olvasztás időtartamából is előre lehet jelezni.

a) Mennyi idő alatt (τ_1) éri el a fémbuga a $t_2 = 660$ °C-os olvadási hőmérsékletét? Mennyi időbe telik (τ_2) a t_2 hőmérséklet elérésétől számítva, míg az egész buga megolvad?

Egy másik módszer a felső (úszó) elektróda függőleges elmozdulását méri.

b) Vezessék le a felső elektróda δ elmozdulását, mint az olvadt réteg x vastagságának függvényét! Határozzák meg maximális δ_m értékét, amely az egész buga elolvadásának felel meg!

A harmadik eljárás az áramforrás teljesítményét és a teljes leadott elektromos energiát méri.

c) Vezessék le az áramforrás P teljesítményét, mint x függvényét! Határozzák meg az áramforrás P_1 teljesítményét a kemence bekapcsolásakor, amikor a szilárd buga hőmérséklete t_2 (P_2), és amikor az egész buga megolvadt (P_3)!

A megoldáshoz használják az adott fém következő anyagi állandóit:

szilárd halmazállapotban: sűrűség $\rho_0 = 2,70 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ($t_0 = 0$ °C-on), lineáris hőtágulási együttható $\alpha_L = 23,1 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, fajlagos kapacitás $c = 896 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, fajlagos olvadáshő $l_t = 399 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, fajlagos ellenállás $\rho_{R0} = 28,2 \text{ n}\Omega \cdot \text{m}$ ($t_0 = 0$ °C-on), az elektromos ellenállás hőmérsékleti tényezője $\alpha_R = 4,0 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

folyékony halmazállapotban ($t_2 = 660$ °C-on): sűrűség $\rho_{2k} = 2,38 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, fajlagos ellenállás $\rho_{Rk} = 245 \text{ n}\Omega \cdot \text{m}$.

Tételezzék fel, hogy a kemence belseje, a buga (ill. olvadék), tökéletesen hőszigetelt, valamint, hogy az elektródák és a kemence falainak hőkapacitása elhanyagolhatóan kicsi a kemencében levő fém hőkapacitásához viszonyítva! Tételezzék fel továbbá, hogy a kemence tartalma nagyon lassan melegszik, és adott pillanatban mindenütt egyforma a hőmérséklete! Tételezzék fel, hogy a c , α_L és α_R anyagi jellemzők nem függenek a hőmérséklettől, tehát állandók! Az elektródákhoz csatlakoztatott vezetők ellenállása elhanyagolhatóan kicsi.

Megjegyzés: A buga méretei, sűrűsége és fajlagos ellenállása függ a hőmérséklettől. Indokolt egyszerűsítéssel, ha szükséges, linearizálják az integrálandó függvényeket! Hasznos lehet a következő összefüggés:

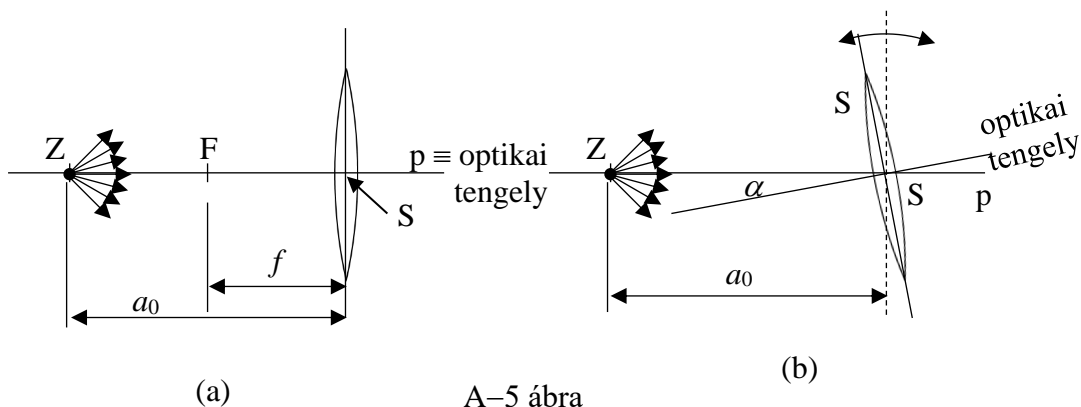
$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{1+at}{1+bt} dt = \frac{b-a}{b^2} \ln \left| \frac{1+bt_2}{1+bt_1} \right| + \frac{a}{b} (t_2 - t_1)$$

ahol a és b állandók.

5. Billegő lencse

Egy vékony $f = 25$ cm gyújtótávolságú gyűjtőlencse optikai tengelye egybe esik a p egyenessel. A p egyenesen, $a_0 = 40$ cm távolságra a lencsétől van a Z pontszerű fényforrás (A-5(a) ábra).

a) Rajzolják át az A-5(a) ábrát, és szerkesszék meg benne a fényforrás Z' képét! Számítsák ki a leképezett fényforrás b_0 képtávolságát, és hasonlítsák össze a szerkesztéssel kapott értékkel!



A-5 ábra

A lencsét megbillentjük, hogy az optikai tengelye α szöget zárjon a p egyenessel, miközben a lencse középpontja a helyén marad, a_0 távolságban a Z fényforrástól.

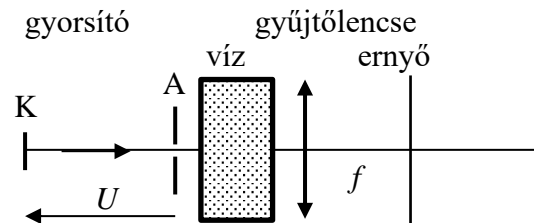
- Szerkesszék meg a fényforrás Z'' képét, ha $\alpha = 15^\circ$, és határozzák meg a Z' és Z'' képek közti x távolságot – a kapott értéket ellenőrizték számítással is!
- A lencse periodikusan billegni kezd, tengelyének dőlésszögét az $\alpha = \alpha_m \sin(\omega t)$ függvény adja meg, ahol $\alpha_m = 5^\circ$ és $\omega = 6,28 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Adják meg az x távolságot kifejező egyenletet, valamint a Z'' kép v pillanatnyi sebességét a Z' képhez viszonyítva! Szerkesszék meg a mennyiségek grafikonját az idő függvényében!
- Határozzák meg az x kitérés minimális x_1 és maximális x_2 értékét! Határozzák meg a v sebesség maximális v_1 és minimális v_2 értékét, valamint az α_1 és α_2 szögeket, amelyeknél ezeket az értékeket eléri.

Megjegyzés: az $|\alpha| < 5^\circ$ szög esetében nagyjából érvényes, a radiánban kifejezett α szögre, hogy $\sin \alpha \approx \alpha$ és $\cos \alpha \approx 1$.

6. Cserenkov-sugárzás

A Cserenkov-effektus akkor jön létre, ha egy elektromosan töltött részecske nagyobb sebességgel halad egy átlátszó közegben, mint a fény terjedési sebessége az adott közegben. A részecske által gerjesztett átlátszó közeg fénysugárzást bocsájt ki, és mivel a részecske sebessége meghaladja a fény terjedési sebességét a közegben, a keletkező fényhullám kúp alakot vesz fel, akárcsak a hangrobbanás esetében keletkező Mach-kúp a hangtól gyorsabban haladó tárgy mögött.

Egy széles elektronnyaláb halad át a vízrétegen. A vízréteg mögött található gyűjtőlencse fókusz síkjában egy ernyő van (A-6 ábra). Az elektronokat az izzó K katód bocsátja ki, és a K katód és A anód közötti U feszültség gyorsítja őket a végső sebességükre, amelyről feltételezzük, hogy minden elektron esetében azonos nagyságú és irányú. Az elektronnyaláb a vízréteg felületére merőlegesen lép be a vízbe.



A-6 ábra

- Határozzák meg a legkisebb U_m gyorsító feszültséget, amelynél már létrejön a Cserenkov-effektus, valamint az elektronok ennek megfelelő p_m impulzusát és E_m energiáját, amellyel a gyorsítót hagyják el. Az energiát fejezzék ki J és eV egységben is!

b) Bizonyítsák be, hogy ha a vízben minden elektron energiája $E = kE_m$, ahol $k > 1$, az ernyőn keletkező kép egy kör! Határozzák meg a kör sugarát!

A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekre: $k = 2$, a víz törésmutatója $n = 1,33$, az elektron tömege $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg, az elektron elektromos töltése $e = -1,602 \times 10^{-19}$ C, a fény terjedési sebessége vákuumban $c = 3,0 \times 10^8$ m · s⁻¹, a lencse fókusz távolsága $f = 15$ cm!

Megjegyzés: az elektron m tömege a sebességével nem változik (ezért nevezik invariáns, ill. nyugalmi tömegnek is).

Az ismeretterjesztő irodalomban gyakran használják a „relativisztikus tömeg” megnevezést, amely alatt az $m_r = m/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ kifejezést értik (ez sebességfüggő), de csak, mint rövidítést használják a képletekben.

7. Az izzószál sugárzása

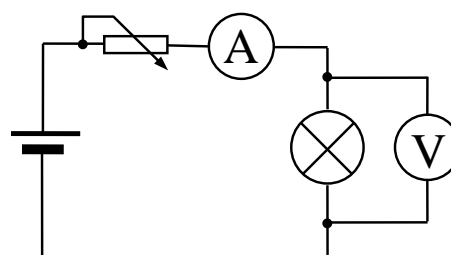
Az égő (villanykörte) izzószála nagyjából úgy sugároz, mint az abszolút fekete test, a sugárzás intenzitását a Stefann-Boltzmann-törvény írja le

$$H_e = \frac{\Phi_e}{S} = \sigma T^4,$$

ahol H_e a sugárzás intenzitása, Φ_e a sugárzás teljesítménye, S a sugárzó felület nagysága, $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$ W · m⁻² · K⁻⁴ a Stefan-Boltzmann-állandó, T pedig a sugárzó felület termodinamikai hőmérséklete.

Az égő Φ_e sugárzási teljesítménye gyakorlatilag az izzó $P = UI$ bemeneti teljesítményével egyenlő. Tételezzék fel, hogy az izzószál elektromos ellenállása lineárisan függ a hőmérséklettől, és kifejezhető az $R = R_1(1 + \alpha\Delta t)$ összefüggéssel, ahol R_1 az izzószál elektromos ellenállása t_1 referens hőmérsékleten, $\Delta t = t - t_1$ az izzószál hőmérsékletváltozása a referens t_1 hőmérséklethez viszonyítva, α az izzószál elektromos ellenállásának hőmérsékleti tényezője!

Amennyiben t_1 referens hőmérsékletet a 15-25°C tartományban választjuk meg, a wolfrám-ból készült izzószál elektromos ellenállásának hőmérsékleti tényezője $\alpha = 4,4 \times 10^{-3}$ K⁻¹. A kísérlethez kis égőt használjanak, amelynek névleges paraméterei $U_n = 24$ V, és $I_n = 0,1$ A, és bémely elektromos szaküzletben beszerezhetők!



A-7 ábra

Feladatok

- Mérjék meg, az A-7 ábrán látható kapcsolási sémát használva, az izzószálban folyó áram függését az izzószálon mért feszültségtől! Határozzák meg, a mért adatokból, hogyan változik az izzószál bemeneti teljesítménye és elektromos ellenállása a feszültség növekedésével!
- Szerkesszék meg az égő ellenállásának grafikonját a feszültség függvényeként! Határozzák meg a grafikonból az izzószál ellenállását zérus feszültségnél, amikor az izzószál hőmérséklete a környezet hőmérsékletével egyenlő!
- Határozzák meg, hogyan változik az izzószál hőmérséklete a növekvő feszültséggel! Vezessék le a szükséges összefüggést! A vonatkoztatási hőmérséklet (t_1) legyen a laboratórium hőmérséklete!
- Igazolják, hogy amennyiben a feszültség meghaladja az 5 V-ot (amikor a teljes leadott teljesítmény egyenlő a sugárzási teljesítménnyel), a P/T^4 arány állandó!

e) Határozzák meg annak az abszolút fekete testnek a felületét, amely az adott hőmérsékleteknél ugyanúgy sugározna, mint az izzószál!

A mérési eredményeket és a számítások eredményeit a következő táblázatba írják be

U / V	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	1,0	5,0	10	15	20	25
I / mA											
R / Ω											
P / W											
T / K											
P / T^4											

Megjegyzés: A 0-1 V tartományban végzett mérés elsősorban a laboratóriumi hőmérsékletű izzószál R_1 elektromos ellenállásának meghatározására szolgál. Az 5 V fölötti tartományban végzett mérés a Stefan-Boltzmann-törvény igazolását szolgálja.

63. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie A

Autori návrhov úloh:

Lubomír Konrád (1 až 6), Ivo Čáp (7)

Recenzia:

Aba Teleki, Lubomír Mucha

Preklad textu úloh do maďarského jazyka:

Aba Teleki

Redakcia:

Ivo Čáp

Vydal:

Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2021