

63. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2021/2022

Katégória B

Domáce kolo – text úloh

1) Pohyb Mesiaca

Sústava Zeme a Mesiaca je súčasťou Slnčnej sústavy a okolo Slnka obieha približne po kružnicovej trajektórii. Stredná vzdialenosť Zeme od Slnka definuje jednu z astronomických jednotiek dĺžky – AU (astronomická jednotka).

- a) Vyjadrite AU pomocou základnej jednotky dĺžky v sústave SI. Uveďte ďalšie dve väčšie jednotky dĺžky používané v astronómii. Uveďte ich definíciu a číselnú hodnotu v jednotkách AU.

Zem neobieha okolo Slnka ako samostatné teleso, ale ako sústava Zem–Mesiac. Trajektória stredy Zeme a stredy Mesiaca v heliocentrickej sústave sú pomerne zložité, nakoľko obiehajú jeden spoločný bod T.

- b) Určte polohu bodu T, ktorého trajektória okolo Slnka v heliocentrickej sústave je jednoduchá kružnica. Polohu určte vzhľadom na stred Zeme.

Sledujte sústavu Zem–Mesiac v heliocentrickej vzťažnej sústave (začiatok v strede Slnka a osi smerujú k vzdialeným hviezdám). Mesiac obieha okolo bodu T, ktorý sa pohybuje okolo Slnka.

- c) Určte dobu T_M obehu Mesiaca okolo bodu T vzhľadom na vzdialené hviezdy (siderickú dobu obehu).
- d) Určte maximálnu a minimálnu rýchlosť Mesiaca v heliocentrickej vzťažnej sústave.
- e) Nakreslite obrázok a zakreslite v ňom Slnko a Zem. Do obrázku zakreslite polohy Mesiaca v splne a v nove. Určte polomery krivosti r_{nov} a r_{spln} trajektórie Mesiaca v heliocentrickej sústave v jednotkách AU. Polohy stredov krivosti zakreslite približne do obrázku.

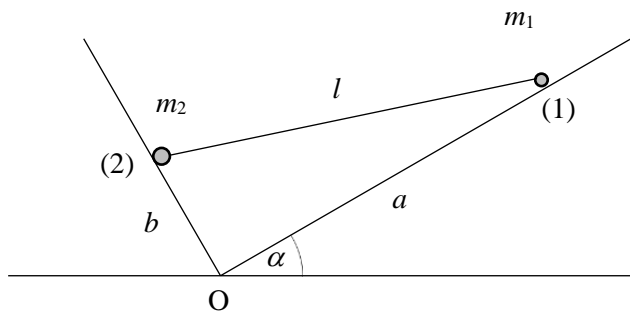
Predpokladajte, že bod T obieha okolo Slnka po kružnicovej trajektórii, a v tej istej rovine obieha Mesiac a Zem okolo bodu T. Predpokladajte, že v sústave bodu T sú trajektórie Zeme aj Mesiaca kružnice.

Potrebné číselné hodnoty vyhľadajte vo vhodných informačných zdrojoch (tabuľky, internet, ...). Úlohu riešte všeobecne, potom pre požadované hodnoty.

2) Rovnovážna poloha

Dve malé oceľové guľôčky (1) a (2) s hmotnosťami $m_1 = 1,00$ g a $m_2 = 0,60$ g sú spojené ľahkou pevnou tyčkou s dĺžkou $l = 35$ cm, ktorej hmotnosť je v porovnaní s hmotnosťami guľôčok veľmi malá. Túto sústavu vložíme do pravouhlej krabice s hladkými pevnými stenami, ktorá je upevnená na vodorovnej podložke tak, že jedna jej stena zvierá s podložkou uhol $\alpha = 30^\circ$, obr. B–1. Vzdialenosť guľôčky (1) od hrany O krabice označíme a .

- a) Určte potenciálnu energiu E_p sústavy guľôčok vzhľadom na vodorovnú podložku ako funkciu pomeru $p = a/l$.
- b) Zostrojte graf E_p ako funkciu pomeru p .
- c) Výpočtom určte pomer dĺžok a/l , pri ktorom je sústava v rovnovážnej polohe a výsledok porovnajte s hodnotou získanou z grafu.
- d) Určte, či rovnovážna poloha je stabilná alebo nestabilná.



Obr. B-1

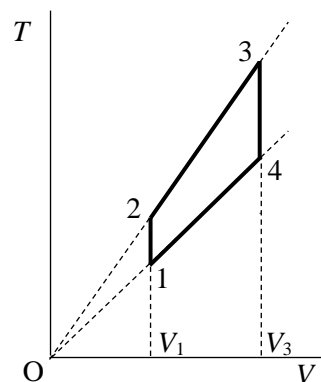
Rozmery guľôčok považujte za veľmi malé v porovnaní s dĺžkou l a považujte ich za hmotné body. Trenie medzi guľôčkami a stenami krabice neuvažujte. Úlohu riešte všeobecne, potom pre zadané hodnoty.

3) Kruhový dej 1

Na obr. B-2 je T - V diagram termodynamického deja s ideálnym plynom, s jednoatómovými molekulami hélia He s látkovým množstvom $n = 2,0$ mol. Začiatková teplota $T_1 = 250$ K, začiatkový objem $V_1 = 4,5$ L a účinnosť tohto deja $\eta = 8,0$ %.

Pomer $k = T_4/T_2$ teplôt v stavoch 4 a 2 je rovnaký, ako pomer $k = T_2/T_1$ teplôt v stavoch 2 a 1.

- Určte pomer k .
- Určte teplotu T_4 v stave 4.
- Určte tlak p_1 a p_3 v stavoch 1 a 3.



Obr. B-2

Úlohu riešte všeobecne, potom pre zadané hodnoty.

4) Temperovanie vody v akváriu

Chlapci robili pokus so zohrievaním a chladením vody vo vaničke akvária s rozmermi podstavy $a = 30$ cm, $b = 20$ cm a výškou $h = 25$ cm. Potrebovali zistiť, aký príkon musí mať ponorný elektrický ohrievač, aby sa udržala vo vaničke stála teplota $t_s = 27$ °C, potrebná pre chov rybičiek. Pokus robili v miestnosti s teplotou vzduchu $t_0 = 20$ °C. Vaničku postavili na tepelne izolačnú dosku z penového polystyrénu a rovnakou doskou vaničku prikryli. Vaničku naplnili až po okraj vodou s teplotou $t_1 = 40$ °C a pozorovali zmenu teploty vody s časom. Teplota vody vo vaničke sa zmenila o $\Delta t_1 = -2,0$ °C (poklesla) za dobu $\tau_1 = 5,0$ min. Predpokladajte, že tepelný tok bočnými stenami vaničky je priamoúmerný rozdielu teplôt t vody vo vaničke a t_0 v izbe.

- Určte dobu τ_2 od začiatku merania, za ktorú klesne teplota t vody vo vaničke na hodnotu $t_2 = 25$ °C. Potom do vody vo vaničke ponorili ponorný ohrievač s príkonom $P = 500$ W a pripojili ho k zdroju elektrického napätia $U = 230$ V. Po dlhšom čase sa ustálila teplota vody vo vaničke na hodnote $t_3 = 45$ °C.

b) Určte odpor R_0 ohrievača počas zohrievania vody.

Chlapci ale potrebovali dosiahnuť prevádzkovú teplotu v akváriu $t_s = 27\text{ °C}$. Keďže iný zdroj nemali, rozhodli sa, že výkon ohrievača prispôbia zaradením predradného rezistora do série s ohrievačom.

c) Určte odpor R predradného rezistora, aby sa udržiavala požadovaná konštantná teplota vody t_s . Do vanečky naliali vodu s teplotou t_0 a zapli ohrievač so skratovaným (vyradeným) predradným rezistorom.

d) Určte čas τ_3 , za ktorý sa voda zohreje na teplotu t_s a pri ktorej chlapci opäť zaradia predradný rezistor, aby sa táto teplota už ďalej nemenila.

Predpokladajte, že v celom objeme vody je rovnaká teplota, tepelná kapacita ohrievača i stien vanečky je zanedbateľne malá a odpor ohrievača nezávisí od prechádzajúceho prúdu. Úlohu riešte všeobecne, potom pre zadané hodnoty.

Pozn.: Rovnica $(x-a)dy = b dx$ vedie na integrál $\frac{1}{b} \int_{y_1}^{y_2} dy = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x-a}$ a výsledok $\frac{1}{b}(y_2 - y_1) = \ln \frac{x_2 - a}{x_1 - a}$.

5) Obvod s kondenzátorom

Zostavili sme elektrický obvod podľa schémy na obr. B-3, ktorý pozostáva zo zdroja Z elektrického napätia U_Z , štyroch rezistorov s odpormi R_1 až R_4 , kapacitora s kapacitou C a dvoch spínačov S_1 , S_2 .

Sledujeme nabíjanie a vybíjanie kapacitora. Na začiatku je obvod v ustálenom stave s vypnutými spínačmi S_1 a S_2 . Potom zapneme spínač S_1 .

- Určte prúd I_{Z1} zdroja Z v okamihu zapnutia, prúd I_{Z2} po ustálení napätia U_{C1} na kapacitore a napätie U_{C1} .
- Určte prúd I_{C1} prechádzajúci kapacitorom v okamihu zapnutia spínača S_1 a dobu τ_1 , za ktorú by sa kapacitor nabil na napätie U_{C1} prúdom I_{C1} . Táto doba sa nazýva časová konštanta nabíjania (pri vypnutom spínači S_2).

Pri zapnutom spínači S_1 zapneme spínač S_2 .

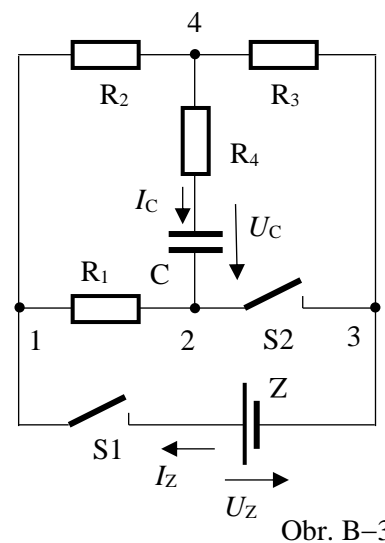
- Určte prúd I_{Z3} zdroja v okamihu zapnutia spínača S_2 , prúd I_{Z4} po ustálení napätia kapacitora U_{C2} a napätie U_{C2} .
- Určte prúd I_{C2} prechádzajúci kapacitorom v okamihu zapnutia spínača S_2 a čas τ_2 , za ktorý by sa prúdom I_{C2} zmenilo napätie kapacitora na ustálenú hodnotu U_{C2} .

Nakoniec vypneme spínač S_1 .

- Určte prúd I_{C3} prechádzajúci kapacitorom v okamihu vypnutia spínača S_1 , výsledné ustálené napätie U_{C3} na kapacitore a čas τ_3 , za ktorý by sa zmenilo napätie na kapacitore na výslednú ustálenú hodnotu U_{C3} pri prúde I_{C3} .

Pre jednotlivé prípady nakreslite príslušné schémy zapojenia.

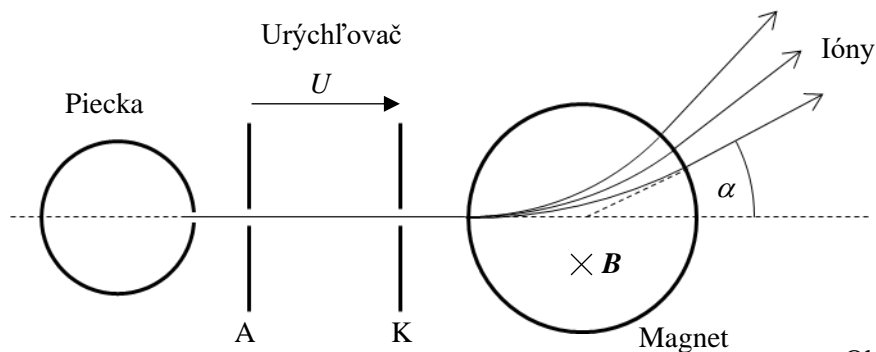
Riešte všeobecne a potom pre hodnoty $U_Z = 12\text{ V}$ a $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R = 150\ \Omega$, $C = 200\ \mu\text{F}$.



Obr. B-3

6) Separácia iónov

Pri vysokoteplotnom spaľovaní odpadových látok dochádza k ionizácii atómov spaľovanej látky a k oddeleniu jednotlivých ionizovaných atómov. Na analýzu prítomnosti niektorých ľahkých kovov v spaľovaných látkach možno použiť zariadenie na obr. B–4. Otvorom v spaľovacej peci sú emitované ióny rôznych prvkov. V emitovanom zväzku sa nachádzajú aj kladné ióny niektorých ionizovaných kovov (atómov zbavených valenčných elektrónov – uvažujte jednomocné alebo dvojmocné ióny prvkov z prvého a druhého stĺpca periodickej tabuľky). Zväzok iónov sa najprv urýchľuje v lineárnom elektrickom urýchľovači a ióny sa potom oddeľujú v magnetickom separátore. V lineárnom urýchľovači sa ióny pohybujú medzi anódou A a katódou K, medzi ktorými je elektrické napätie $U = 40 \text{ kV}$. Magnetický separátor tvorí dvojica silných valcových magnetov s polomerom $R = 60 \text{ mm}$ umiestnených nad sebou a oddelených medzerou. Ióny prechádzajú medzerou v rovine kolmej na os valcov. V medzere medzi magnetmi je homogénne magnetické pole s indukciou $B = 0,5 \text{ T}$.



Obr. B–4

Rýchlosť v_0 iónov vystupujúcich z piecky je podstatne menšia od rýchlosti v na výstupe urýchľovača. Ióny po urýchlení vstupujú do separátora kolmo na os magnetov a vystupujú z neho pod rôznymi uhlami α . Zo zmeraných uhlov α možno určiť druh iónu.

- Určte rýchlosť v iónu na výstupe elektrického urýchľovača, ak ión má hmotnosť m a elektrický náboj ze , kde z je mocnosť iónu a e elementárny náboj.
- Určte uhol α vychýlenia iónu v separátore z pôvodného smeru, a hmotnosť m iónu zodpovedajúcu tomuto uhlu α .
- Medzi separovanými iónmi vystupujúcimi zo separátora boli zistené výrazné maximá s uhlami odchýlenia $\alpha_1 = 24,5^\circ$, $\alpha_2 = 18,7^\circ$, $\alpha_3 = 33,5^\circ$ a $\alpha_4 = 26,2^\circ$. Určte, o aké ióny ide? Aký uhol vychýlenia α_H zodpovedá iónu H^+ ?

Úlohu riešte všeobecne, potom pre požadované hodnoty.

7) Magnetické pole Zeme – experimentálna úloha

Indukcia magnetického poľa dlhého priameho prúdovodiča je v každom bode okolitého priestoru kolmá na smer prúdovodiča a má veľkosť $B = \mu_0 I / (2\pi r)$, kde μ_0 je permeabilita vákua, I je prúd vo vodiči a r je kolmá vzdialenosť bodu od vodiča.

Úloha:

Meraním overte závislosť indukcie magnetického poľa dlhého priameho vodiča, ktorým prechádza elektrický prúd, od vzdialenosti od osi vodiča.

Metóda merania:

Pri meraní využijete magnetické pole Zeme a skutočnosť, že voľne otočná magnetka sa vždy nastaví do smeru výsledného magnetického poľa. Magnetku vytvorte tak, že do nádobky (nie kovovej!) s vodou opatrne vložíte malú zmagnetizovanú ihlu tak, aby zostala plávať. Magnetka sa natočí do smeru horizontálnej zložky magnetického poľa Zeme. Pod misku podložte papierový kotúč, na ktorý si zakreslíte uhlovú stupnicu. Môžete použiť aj kompas s uhlomernou stupnicou.

Kolmo nahor nad magnetku umiestnite dlhý medený vodič (približne 1,5 m dlhý s priemerom 1 až 2 mm) upevnený na drevenú tyč. Vodič pripojte ku zdroju konštantného elektrického napätia cez reostat na reguláciu prúdu vodičom a ampérmeter na meranie prúdu. Tyč nastavte pri odpojenom zdroji do smeru magnetky. Po zapnutí zdroja sa vytvorí magnetické pole vodiča, ktoré je kolmé na smer magnetického poľa Zeme a v dôsledku toho sa magnetka vychýli z pôvodného smeru o uhol φ , pre ktorý platí $\operatorname{tg}\varphi = B/B_z$, kde B_z je horizontálna zložka indukcie zemského magnetického poľa. Nastavujte rôzne vzdialenosti r vodiča od magnetky a ku každej zmerajte uhol φ . Výsledky zostavte do tabuľky a zakreslite do grafu, pričom na vodorovnú os vyneste hodnoty $1/r$, na zvislú os hodnoty $\operatorname{tg}\varphi$.

Podľa teórie by mali jednotlivé body ležať na priamke. Odchýlky od priamky zdôvodnite.

Zo smernice priamky určte na základe zmeraného prúdu horizontálnu zložku magnetickej indukcie B_z .

Pozn.: Prúd nastavte tak, aby bol uhol dobre merateľný a počas merania ho udržiavajte konštantný. Vzdialenosť r meňte v rozsahu od 5 cm do 15 cm, prípadne aj väčšom.

Úlohu môžete vhodne modifikovať v závislosti od dostupných pomôcok.

63. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie B

Autori návrhov úloh:	Lubomír Konrád (1 až 6), Ivo Čáp (7)
Recenzia:	Aba Teleki, Lubomír Mucha
Preklad textu úloh do maďarského jazyka:	Aba Teleki
Redakcia:	Ivo Čáp
Vydal:	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2021