
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2021/2022

Zadania úloh krajského kola kategórie A

1 Je možné vyplniť tabuľku 8×8 šestkami a sedmičkami tak, aby súčet čísel v každom riadku bol deliteľný piatimi a súčet čísel v každom stĺpci bol deliteľný siedmimi?

2 V obore kladných reálnych čísel riešte sústavu rovníc

$$x^2 + 2y^2 = x + 2y + 3z,$$

$$y^2 + 2z^2 = 2x + 3y + 4z,$$

$$z^2 + 2x^2 = 3x + 4y + 5z.$$

3 Daný je rovnoramenný trojuholník ABC so základňou AB a bod P vnútri jeho výšky z vrcholu C . Priamka AP pretína kružnicu opísanú trojuholníku ABC v bode Q rôznom od A . Rovnobežka so základňou AB vedená bodom P pretína rameno BC v bode R . Dokážte, že polpriamka QR je osou uhla AQB .

4 Dokážte, že každá nekonečná postupnosť (a_0, a_1, a_2, \dots) celých čísel taká, že platí $a_0 \geq 1$ a

$$a_{n+1} \in \{2022a_n - 1, 2022a_n + 1\}$$

pre všetky indexy n , obsahuje nekonečne veľa zložených čísel.

Krajské kolo MO kategórie A sa koná v **utorok 11. januára 2022** od **8:30** do **12:30**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:30 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Vydali: Slovenská komisia MO a IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže
