

63. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2021/2022

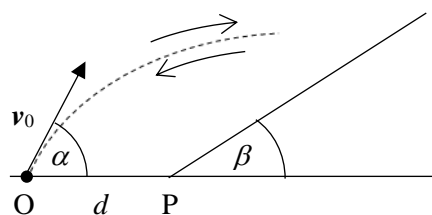
Katégória A

Celoštátne kolo – text úloh

1) Šikmý vrh 3

Chlapec pokračoval v pokusoch s hádzaním pružnej guľôčky na šikmú plochu. Vyskúšal už vrh, pri ktorom sa guľôčka odrazí vo vodorovnom smere. Teraz skúšal taký vrh guľôčky na šikmú plochu, aby sa k nemu vrátila po trajektórii totožnej s trajektóriou vrhu.

Chlapec stál v bode O na vodorovnej ploche vo vzdialenosti d od dolného konca P šikmej plochy, ktorý sa nachádzal na vodorovnej ploche, obr. A-1. Uhol sklonu šikmej plochy označíme β . Zvolil si uhol vrhu α a potom hádzal guľôčku vždy pod zvoleným uhlom α meniac len začiatočnú rýchlosť vrhu v_0 .



Obr. A-1

- Určte podmienku pre rýchlosť vrhu v_0 , aby guľôčka dopadla na šikmú plochu pri zvolenom uhle α .
- Uvedte aspoň dva spôsoby, ako možno splniť úlohu o návrate guľôčky po rovnakej trajektórii do bodu vrhu O.
- Určte rýchlosti v_0 vrhu a podmienky pre uhol α , pri ktorých môžu uvedené spôsoby nastať. Uvažujte iba dva spôsoby, pri ktorých sa guľôčka odrazí od šikmej plochy $1\times$ alebo $2\times$.
- Určte čas t_N od okamihu vrhu, za ktorý sa guľôčka k chlapcovi vráti pri oboch spôsoboch.

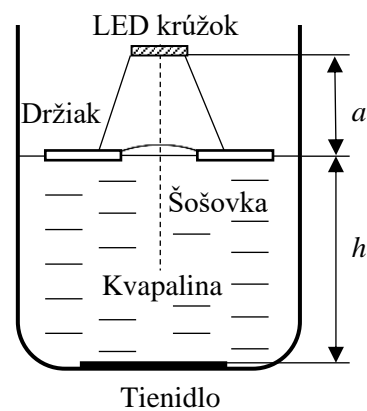
Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $d = 5,0$ m, $g = 9,8$ m·s⁻², $\beta = 40^\circ$, a dve rôzne zvolené hodnoty $\alpha_1 = 45^\circ$ a $\alpha_2 = 60^\circ$ uhlu vrhu α .

Predpokladajte, že bod O vrhu je na úrovni vodorovnej plochy, odraz guľôčky od šikmej plochy je dokonale pružný a odpor vzduchu je zanedbateľne malý.

2) Neznáma kvapalina

Profesor Optikus mal v skrini tri nádoby s kvapalinami, ktoré chcel použiť ako etalóny indexu lomu na optické merania. Potreboval preto zistiť presné hodnoty ich indexu lomu. Vymyslel nasledujúci postup.

Umiestnil na dno valcovej sklenenej nádoby biele tienidlo a do nádoby nalial skúmanú kvapalinu. Do tenkej obrúčky z penového polystyrénu upevnil tenkú ploskovypuklú spojnú šošovku a k obrúčke pripevnil tenkými priečkami krúžok svetelných diód (LED) tak, že os krúžka bola totožná s optickou osou šošovky, obr. A-2. Priemer krúžka LED bol $d = 26,0$ mm. Krúžok bol vo vzdialenosti $a = 60,0$ mm od šošovky a svietil na šošovku. Po vložení do nádoby plával držiak so šošovkou a krúžkom na hladine kvapaliny, pričom šošovka bola na úrovni hladiny kvapaliny vo výške h nad tienidlom. Výšku h sa dala meniť dopĺňaním alebo odčerpávaním kvapaliny.



Obr. A-2

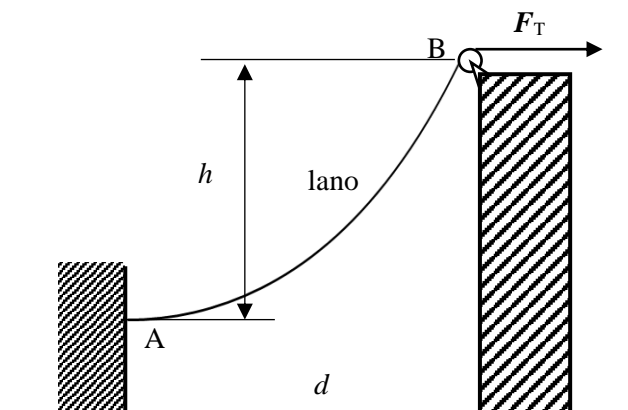
Vypuklá časť šošovky bola vo vzduchu, kým plochá časť šošovky priľnula k voľnej hladine kvapaliny.

- Zostrojte schému zobrazenia krúžka LED spojnou šošovkou použitím charakteristických lúčov, ak v predmetovom priestore je vzduch s indexom lomu $n_0 = 1,00$ a v obrazovom priestore kvapalina s indexom lomu $n > 1$. *Pozn.: V schéme uvažujte vzdialenosť krúžka od šošovky približne rovnú dvojnásobku predmetovej ohniskovej vzdialenosti ($2 f_P$) a zobrazte okrajový bod krúžka.*
- Profesor najskôr do nádoby nalial vodu s indexom lomu $n_V = 1,33$. Zmenou objemu vody, a tým zmenou výšky h hladiny, získal ostrý obraz krúžka s LED na tienidle pri výške hladiny $h_V = 75,2$ mm. Určte predmetovú ohniskovú vzdialenosť f_P , obrazovú ohniskovú vzdialenosť f_O šošovky a priemer d_O obrazu krúžka LED na tienidle.
- Potom profesor nalial do nádoby postupne skúmané kvapaliny a pre každú zaostřil na tienidle obraz krúžka LED reguláciou výšky h . Ostrý obraz LED v jednotlivých kvapalinách vznikol pre výšky $h_1 = 78,9$ mm, $h_2 = 84,5$ mm a $h_3 = 95,5$ mm. Určte indexy lomu všetkých troch kvapalín.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre dané hodnoty. Šošovku považujte za tenkú.

3) Dvíhanie lana

Robotníci ňahovali ťažké lano elektrického vedenia medzi rozvodňou a strechou budovy. Dolný koniec lana je upevnený na výstupe rozvodne A. Na streche je lano pripevnené cez kladku B na navijak, ktorým sa lano postupne dvíha, až kým nie je v bode upevnenia A kolmé na stenu rozvodne, obr. A-3. Lano sa navíja na navijak konštantnou rýchlosťou v . Počas navíjania lano sa výkon navijaka menil a tesne pred dosiahnutím konečnej polohy lana dosiahol maximálnu hodnotu P_m .



Obr. A-3

Dĺžková hmotnosť lana je μ , vodorovná vzdialenosť bodov A a B je d a výškový rozdiel h .

- Určte silu F_T ťahu navijaka a silu F_A , ktorou pôsobí lano na upevnenie lana v bode A, v okamihu dosiahnutia konečnej polohy lana.
- Určte dĺžku l lana medzi bodmi A a B vo výslednej polohe.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $\mu = 0,40 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}$, $d = 25 \text{ m}$, $h = 15 \text{ m}$, $v = 30 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$, $P_m = 44 \text{ W}$, $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

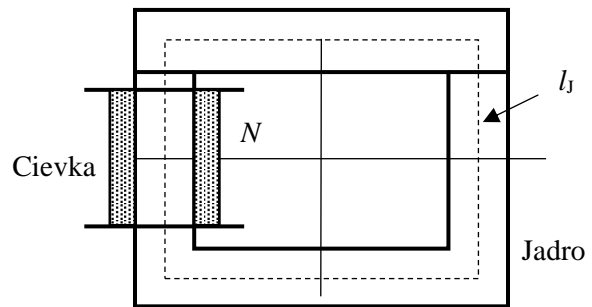
Pozn.: Ťahová sila lana sa mení pozdĺž lana, preto je potrebné silovú rovnováhu riešiť po elementárnych úsekoch lana.

4) Napájanie žiarovky

Máme k dispozícii vláknovú žiarovku s nominálnymi hodnotami napätia $U_N = 24 \text{ V}$ a príkonu $P_N = 60 \text{ W}$. Chceme ju použiť na núdzové osvetlenie, ale máme k dispozícii iba zdroj striedavého napätia s efektívnou hodnotou $U_Z = 230 \text{ V}$ a frekvenciou $f = 50 \text{ Hz}$. Na prispôbenie napájania žiarovky si vyrobíme indukčnú cievku. K dispozícii máme železné jadro a medené vodiče s priermi 0,1 mm, 0,2 mm, 0,6 mm a 1,0 mm.

- a) Výhodné je použiť vodič s čo najmenším priemerom, ale nemalo by sa prekročiť maximálne prúdové zaťaženie medeného vodiča $i = 10 \text{ A/mm}^2$. Určte priemer d vodiča, ktorý z vodičov treba použiť na výrobu cievky.

Na papierovú kostru navinieme cievku, nasadíme ju na jadro a jadro uzatvoríme, obr. A-4. Stredná dĺžka jadra je $l_J = 25 \text{ cm}$, jadro má po celej dĺžke rovnaký prierez $S_J = 6,5 \text{ cm}^2$ a relatívna permeabilita jadra $\mu_r = 10\,000$. Počet závitov cievky označíme N a stredná dĺžka jedného závitov je $l_z = 12 \text{ cm}$



Obr. A – 4

- b) Dokážte, že pre pomer indukčnosti L_c a odporu R_c cievky platí vzťah $L_c/R_c = k N$, a odvodte vzťah pre určenie konštanty k .

Cievku pripojíme do série so žiarovkou a túto kombináciu pripojíme na zdroj napätia.

- c) Nakreslite schému elektrického obvodu, pričom cievku nahraďte sériovým zapojením induktora L_c a rezistora R_c .
- d) Vyjadrite napätie U_Z zdroja pomocou daných veličín ako funkciu počtu závitov N cievky. V tejto časti môžete použiť konštantu k ako známu.
- e) S použitím vhodnej metódy (numericky) určte počet závitov N pre zadané hodnoty veličín a $k = 4,6 \cdot 10^{-3}$.

Pozn.: Riešenie N hľadajte v intervale od 60 do 120.

Rezistivita medi $\rho_m = 16,8 \text{ n}\Omega \cdot \text{m}$ (merný odpor), magnetická konštanta $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$.