

---

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2021/2022

## Zadania úloh krajského kola kategórie C

---

1 Dokážte, že pre ľubovoľné celé čísla  $a, b$  platí nerovnosť

$$a(a + 1) + b(b - 1) \geq 2ab.$$

Zistite tiež, kedy nastáva rovnosť.

2 Daný je rovnobežník  $ABCD$  a na jeho obvode body  $X$  a  $Y$  rôzne od bodu  $A$  tak, že priamky  $AX$  a  $AY$  delia tento rovnobežník na tri časti s rovnakým obsahom. Určte pomer obsahu trojuholníka  $AXY$  a obsahu rovnobežníka  $ABCD$ .

3 Na tabuli je napísaných niekoľko rôznych dvojciferných prirodzených čísel. Cifru  $c$  nazveme *dobrou*, ak súčet tých čísel z tabule, ktoré obsahujú cifru  $c$ , je 71.

- Ktoré z cifier 0 až 9 môžu byť dobré?
- Najviac koľko cifier môže byť dobrých súčasne?

4 Tabuľka  $10 \times 10$  je vyplnená číslami 1 a  $-1$  tak, že súčet čísel v každom riadku až na jeden je rovný 0 a súčet čísel v každom stĺpci až na jeden je rovný rovnakému číslu  $s$ . Určte najväčšiu možnú hodnotu  $s$ .

---

Krajské kolo MO kategórie C sa koná v **utorok 5. apríla 2022** od **8:30** do **12:30**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:30 dostupné na internetových adresách [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk) a [skmo.sk](http://skmo.sk).

---

Vydali: Slovenská komisia MO a IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže

---