

## 64. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2022/2023

### Katégoria A

Domáce kolo – text úloh

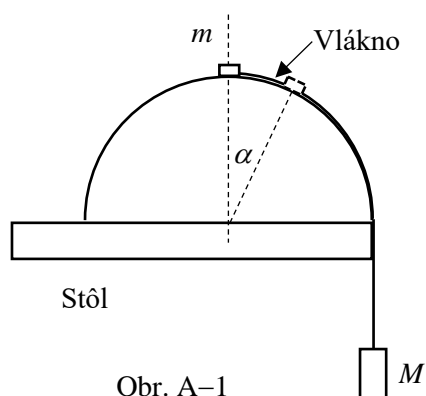
#### 1) Telesá spojené vláknom

Na kraji stola je položený polvalec s osou rovnobežnou s hranou stola a polomerom  $R = 300$  mm. Na vrchole polvalca držíme teliesko s hmotnosťou  $m = 50,0$  g spojené vláknom so zaveseným telesom s hmotnosťou  $M = 10,0$  g. Na začiatku teliesko uvoľníme, takže sa začne pohybovať po povrchu polvalca, v rovine kolmej na os valca, obr. A–1.

Predpokladajte, že trenie telieska a vlákna na povrchu polvalca aj hmotnosť vlákna sú zanedbateľne malé.

- Nakreslite obrázok s telieskom v polohe, v ktorej sa šmýka po povrchu polvalca, a nakreslite v ňom vektory všetkých síl, ktoré pôsobia na teliesko.
- Určte uhol  $\alpha_m$ , pri ktorom teliesko stratí kontakt s povrchom polvalca. Použite numerické alebo grafické riešenie.
- Určte začiatočné zrýchlenie  $a_0$  a zrýchlenie  $a_m$  a rýchlosť  $v_m$  pri dosiahnutí uhlu  $\alpha_m$ .
- Zostrojte graf uhlu  $\alpha$  ako funkciu času  $t$  v rozsahu  $0 < \alpha < \alpha_m$  a určte dobu  $t_m$  pohybu, za ktorú zavesené teleso dosiahne rýchlosť  $v_m$ . Potrebné výpočty urobte numericky, vhodné je použitie tabuľkového editora MS EXCEL.

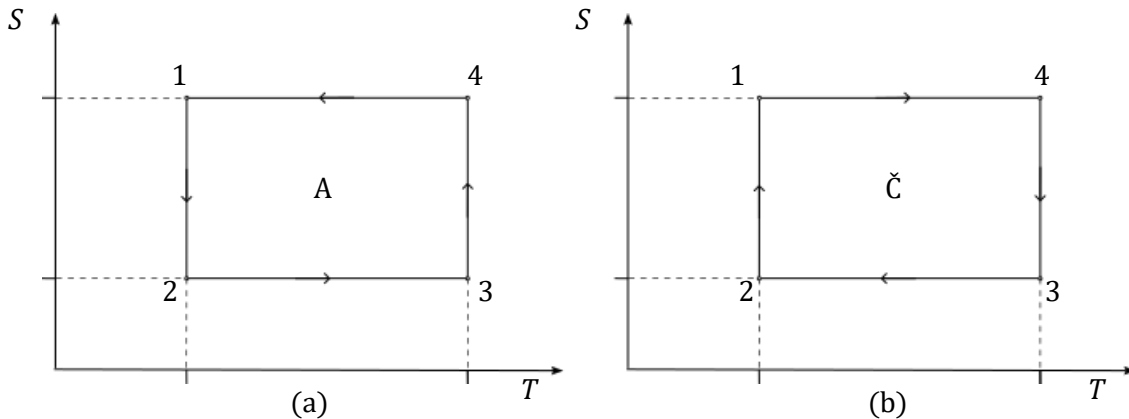
Tiažové zrýchlenie  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .



Obr. A–1

## 2) Termodynamika

Na obr. A-2 sú znázornené  $S - T$  diagramy vratných termodynamických cyklov 1-2-3-4-1, kde na vodorovných osiach máme termodynamickú teplotu  $T$  a na zvislých entropiu  $S$ . V stave  $i$  je teplota stavu  $T_i$  a entropia stavu  $S_i$  ( $i = 1,2,3,4$ ). Na obr. (a) je znázornený cyklus tepelného stroja A, ktorý koná mechanickú prácu. Na obr. (b) vidíme ten istý cyklus prechádzaný v opačnom smere a predstavuje tepelné čerpadlo Č.



Obr. A-2

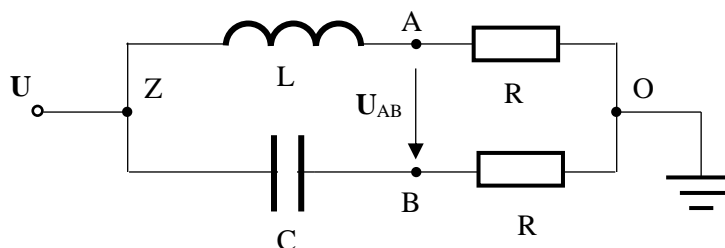
- Určte účinnosť  $\eta$  tepelného stroja A.
- Určte mechanickú prácu  $W$ , ktorú vykoná stroj A počas jedného cyklu.
- Určte teplo  $Q_1$ , ktoré čerpadlo Č prijme z chladnejšieho tepelného zásobníka, a teplo  $Q_2$ , ktoré odovzdá do teplejšieho zohrievaného priestoru počas jedného cyklu.
- Vysvetlite (fyzikálne) zdanlivý paradox, že čím je účinnosť  $\eta$  tepelného stroja A menšia, tým viac tepla prenáša čerpadlo Č z chladnejšieho prostredia do teplejšieho na 1 J práce vykonanej na plyne.

Riešte všeobecne potom pre hodnoty:  $T_1 = 300 \text{ K}$ ,  $T_3 = 800 \text{ K}$ ,  $S_1 = 300 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$ ,  $S_3 = 100 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$ .

*Poznámka: Preštudujte si problematiku entropie v termodynamike. Pre riešenie tejto úlohy treba vedieť, že pri vratnom izotermickom deji je zmena entropie sústavy  $\Delta S = Q/T$ , kde  $Q$  je teplo dodané sústave pri termodynamickú teplotu  $T$ .*

## 3) Elektrický obvod

Na obr. A-3 je schéma dvojpoľu, ktorý pozostáva z induktora  $L$  s indukčnosťou  $L$ , kapacitora  $C$  s kapacitou  $C$  a dvoch rezistorov  $R$  s rovnakým odporom  $R$ . K pólom  $Z$  a  $O$  je pripojený zdroj striedavého napätia  $U$ .



Obr. A-3

- Určte podmienku, pri splnení ktorej je impedancia dvojčpólu (medzi uzlami Z a O) frekvenčne nezávislá.
- Určte podmienku, pri splnení ktorej je efektívna hodnota prúdu v oboch vetvách dvojčpólu rovnaká pri frekvencii napätia zdroja  $f_0$ .
- Určte hodnoty indukčnosti  $L$  a kapacity  $C$  pre hodnoty  $f_0 = 10$  kHz a  $R = 500 \Omega$ , pre podmienky podľa častí a) a b).
- Určte napätie  $U_{AB}$  (efektívnu hodnotu  $U_{AB}$  a fázový rozdiel  $\varphi_{AB}$ ) medzi uzlami A a B pre hodnoty  $R, L, C$  určené v časti c), pre efektívnu hodnotu napätia zdroja  $U = 12$  V a tri rôzne frekvencie  $f_1 = 1,0$  kHz,  $f_2 = 10$  kHz a  $f_3 = 100$  kHz.
- Zostrojte graf pomeru  $U_{AB}/U$  a fázového rozdielu  $\varphi_{AB}$  ako funkcie uhlovej frekvencie  $\omega$  napätia zdroja.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre dané hodnoty.

#### 4) Šošovka

Plosko-vypuklá šošovka s priemerom  $D = 5,0$  cm je vyrobená zo skla s indexom lomu  $n = 1,50$ . Vypuklá strana šošovky má guľový tvar s polomerom krivosti  $R = D$ . Svetlo dopadá na rovinný povrch šošovky v smere optickej osi. Pred šošovkou sa nachádza kruhová clona, ktorou možno meniť polomer  $r$  prierezu svetelného zväzku dopadajúceho na šošovku. Clona je kolmá na optickú os a stred otvoru clony je na optickej osi. Za šošovkou je tienidlo kolmé na optickú os.

V prvom prípade zmenšíme otvor clony na polomer  $r \ll R$ .

- Do akej vzdialenosti  $x_0$  od vrcholu V guľového povrchu šošovky treba postaviť tienidlo, aby opísaný svetelný lúč vytvoril na tienidle čo najmenšiu svetelnú stopu.
- Určte približnú hodnotu priemeru  $a_m$  svetelnej stopy svetelného zväzku pre malú, ale konečnú hodnotu  $r$ . Prečo nemožno zväzok zaostriť do jedného bodu?

V druhom prípade clonu postupne otvárame, pri nezmenenej polohe  $x_0$  tienidla. V dôsledku toho sa mení priemer  $a$  stopy svetelného zväzku na tienidle.

- Vyjadrite závislosť vzdialenosti  $x(r)$ , kde  $x$  je vzdialenosť (od vrcholu V šošovky) priesečníku, v ktorom okrajový lúč zväzku po prechode šošovkou pretne optickú os, a kde  $r$  je polomer svetelného zväzku. Zostrojte graf závislosti funkcie  $x/R$  od premennej  $r/R$  v rozsahu  $(0; 0,5)$  a určte pomer  $(x/R)_m$  pre lúč  $r/R = 0,50$ .
- Určte priemer  $a_0$  svetelnej stopy na tienidle v polohe  $x_0$ , ak svetelný zväzok dopadá na celú plochu šošovky, tzn.  $r/R = 0,50$ .
- Nakreslite obrázok optickej sústavy vo vhodnom meradle s použitím zadaných a vypočítaných hodnôt. Tienidlo umiestnite do vzdialenosti  $x_0$  od vrcholu V. Do obrázku nakreslite krajné lúče prechádzajúce šošovkou pre parametre  $r/R = 0,1; 0,25; 0,4; 0,5$ . Z obrázku určte priemer  $a_0$  stopy a výsledok porovnajte s hodnotou určenou výpočtom v časti d).
- Z obrázku určte približne hodnotu  $x_1$  vzdialenosti tienidla od vrcholu V, v ktorej je priemer stopy svetelného zväzku najmenší pri  $r/R = 0,5$ , a zmerajte priemer  $a_1$  tejto svetelnej stopy.

## 5) Antičastice v mrakoch

Búrky sú každodennou súčasťou nášho života, a napriek tomu, že vieme veľa o podmienkach potrebných k vzniku blesku, stále je veľa nejasností okolo mechanizmu jeho vzniku. Bolo prekvapením, keď v roku 1985, lietadlo NASA vybavené detektormi častíc  $\gamma$  prelietalo búrkovým mračnom a detegovalo  $\gamma$ -častice pochádzajúce z mračna. Ukazuje sa, že 1 z 1000 bleskov je sprevádzaný silným  $\gamma$  zábleskom. Dokonca sa zistilo, že  $\gamma$ -žiarenie v mračnách predchádza samotnému záblesku (niekedy až o minúty)<sup>1</sup>. Pozorovania vedú k tomu, že spomínané  $\gamma$ -záblesky môže vyvolať aj kozmické žiarenie. Napriek tomu, že nevieme, čo spúšťa samotný blesk (výboj v atmosfére), už vieme, že silný záblesk sprevádzajú v atmosfére tzv. fotonukleárne reakcie, jadrové reakcie vyvolané vysoko energetickými fotónmi.

a) Gama žiarenie vyvolá v mraku fotonukleárnu reakciu



kde  $n$  je neutrón.

Aká je minimálna energia fotónu (v jednotkách MeV), pri ktorej môže táto reakcia nastať? Aká bude kinetická energia neutrónu a izotópu  ${}^{13}\text{N}$  po reakcii pri tejto energii  $\gamma$ -častice (v jednotke eV)? Predpokladajte, že izotóp  ${}^{14}\text{N}$  je na začiatku v pokoji a neutrón sa pohybuje v smere dopadu fotónu  $\gamma$ .

b) Izotop dusíku  ${}^{13}\text{N}$  sa rozpadá  $\beta^+$  rozpadom



kde  $e^+$  je pozitron, antičastica elektrónu (t.j. antihmota) a  $\nu_e$  elektrónové neutríno.

Aká môže byť kinetická energia (v jednotkách MeV) pozitronu v reakcii (2) ak neutríno odnesie len minimum energie. Predpokladajte, že k rozpadu dochádza v sústave, v ktorej  ${}^{13}\text{N}$  je v pokoji.

c) Vzniknutý pozitron sa v atmosfére zráža s časticami, spomalí pri tom prakticky na nulovú rýchlosť. Vtedy vytvorí s náhodným blízkym elektrónom prostredia najprv tzv. mezoatóm (viazaný stav  $e^-e^+$ ), a potom spoločne anihilujú, t.j. prebehne reakcia



Aká je energia (v jednotkách MeV) vzniknutých fotónov v ťažiskovej sústave mezoatómu a prečo?

Neutrón vznikajúci v reakcii (1) je najčastejšie zachytený atómom dusíka z atmosféry, pričom prebehne reakcia



kde  $p$  je protón a  ${}^{14}\text{C}$  izotop uhlíka.

Tým sa odhalil ďalší zdroj rádioaktívneho uhlíka  ${}^{14}\text{C}$ . Jeho ustálená produkcia v atmosfére je základom tzv. rádiokarbónovej datovacej metódy.

d) Je reakcia (4) exotermná alebo endotermná? Koľko energie sa v reakcii sa uvoľní ak je exotermná, resp. aká je minimálna nutná kinetická energia neutrónu, ak je endotermná? Výsledok vyjadrite v jednotkách MeV.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre nasledujúce hmotnosti neutrálnych atómov a hmotnosti elementárnych častíc:

$$m({}^{14}\text{N}) = 14,003\,074\,004\,25\text{ u}, m({}^{13}\text{N}) = 13,005\,738\,61\text{ u}, m({}^{14}\text{C}) = 14,003\,241\,989\text{ u},$$

$$m({}^{13}\text{C}) = 13,003\,354\,835\,34\text{ u}, m_n = 1,008\,664\,915\,9\text{ u}, m_p = 1,007\,825\,031\,90\text{ u},$$

---

<sup>1</sup> Gibney Elizabeth, Mystery gamma rays could help solve age-old lightning puzzle, Nature, vol. 590, 378-381 (2021), online: <https://www.nature.com/articles/d41586-021-00395-3> (pôvodný vedecký článok Enoto Ternaki, Wada Yuiki, et al.: Photonuclear reactions triggered by lightning discharge [Fotonukleárne reakcia spustené atmosférickým výbojom], Nature vol 551, 481-484 (2017))

$m_{e^+} = m_{e^-} = 5,485\,799\,090\,65 \times 10^{-4} \text{ u}$ ,  $u = 1,660\,539\,066\,60 \times 10^{-27} \text{ kg}$  je atómová hmotnostná jednotka,  
 $c = 299\,792\,458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  rýchlosť svetla vo vákuu,  $1 \text{ eV} = 1,602\,176\,634 \times 10^{-19} \text{ J}$ .

*Pozn.: Uvážte, či je potrebné uvažovať relativistické javy.*

## 6) Alfa premena

Rádium  $^{226}\text{Ra}$  je rádioaktívny prvok, ktorý je prírodným zdrojom  $\alpha$ -žiarenia. Čisté rádium má vzhľad striebro-bieleho kovu.

- Napište rovnicu  $\alpha$ -premeny jadra  $^{226}\text{Ra}$  atómu rádia a uveďte prvok, ktorého jadro tak vzniká.
- Určte počet  $N$   $\alpha$ -častíc, ktoré sa uvoľnia vo vzorke rádia s hmotnosťou  $m = 1,0 \text{ g}$  za jednu sekundu. Pri premene jadra rádia sa uvoľní energia  $E = 4,871 \text{ MeV}$ . Predpokladajte, že uvoľnená energia je vo forme kinetickej energie produktov premeny.
- Uvažujte neutrálne atóm rádia, ktorý sa pred premenu nachádzal v pokoji. Určte rýchlosti produktov  $\alpha$ -premeny jadra rádia tesne po premene.

Predpokladajte, že premena jadra neutrálneho atómu rádia nastane v hmlovej komore a v homogénnom magnetickom poli s indukciou  $B = 5,00 \text{ T}$ . Uvoľnené  $\alpha$ -častice majú všeobecne náhodný smer. Uvažujte  $\alpha$ -časticu, ktorá sa po uvoľnení pohybuje v komore po zakrivenej trajektórii ale v jednej rovine a zanecháva stopu kondenzovanej pary.

- Určte smer tejto emitovanej  $\alpha$ -častice vzhľadom na smer vektora magnetickej indukcie a polomery krivosti trajektórií oboch produktov premeny tesne po uvoľnení  $\alpha$ -častice.
- Ako by sa líšili trajektórie produktov premeny, keby v hmlovej komore nastala premena iba samotného jadra rádia (bez elektrónového obalu).

Úlohu riešte všeobecne a potom pre dané hodnoty. Údaje potrebné pre výpočty vyhľadajte v dôveryhodných informačných zdrojoch.

*Pozn.: Uvážte, či je potrebné uvažovať relativistické javy.*

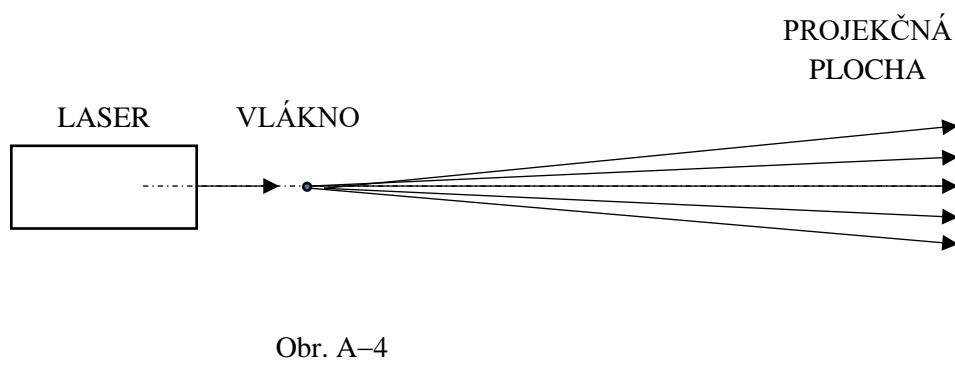
## 7) Meranie hrúbky vlákna – experimentálna úloha

Metódy merania dĺžky závisia od hodnoty meranej veličiny a požadovanej presnosti. Na meranie bežných dĺžok používame dĺžkové meradlá, ako sú pásmo, pravítko, posuvné meradlo, mikrometer a pod. Na meranie veľkých vzdialeností sa používajú napr. optické metódy.

Pri meraniach veľmi malých vzdialeností alebo rozmerov sa s výhodou využívajú vlnové metódy založené na interferencii a difrakcii vlnenia. Rozlišovacia schopnosť vlnových zobrazovacích metód, ktorá je určujúca pre presnosť merania, je približne daná polovicou vlnovej dĺžky.

Úlohou je zmerať priemer tenkého vlákna, ktorý je niekoľko desiatok  $\mu\text{m}$ . V tomto prípade je vhodné použiť viditeľné svetlo, ktoré poskytuje dostatočnú rozlišovaciu schopnosť. Ako vhodné vlákno je tenký medený drôt (vlákno z dvojlínky), ľudský vlas, chlp zvierat'a a pod. Použite tri až päť rôznych vlákien a výsledky porovnajte.

- a) Najprv zmerajte priemer vlákna posuvným meradlom a mikrometrom. Zhodnoťte tento spôsob merania a odhadnite chybu merania.



Vlnová metóda merania je založená na difrakcii svetla na vlákne.

Meranie usporiadajte podľa obr. A-4. Do vhodného držiaka upevnite laser (napr. laserové ukazovadlo s červeným svetlom s vlnovou dĺžkou 650 nm) tak, aby bol laserový lúč vodorovný a smeroval na bielu stenu vo vzdialenosti niekoľko metrov. Do laserového lúča vložte kolmo na lúč merané vlákno, upevnené vo vhodnom držiaku. Na stene (projekčnej ploche) sa objaví difrakčný obrazec, pozostávajúci zo série striedajúcich sa maxím a miním intenzity osvetlenia.

- b) Vysvetlite podstatu difrakcie svetla na tenkom vlákne a uveďte vzťah pre uhlovú vzdialenosť susedných maxím v difrakčnom obraze.
- c) Zmerajte čo najpresnejšie potrebné dĺžky a určte priemer vlákna.
- d) Meranie opakujte s rôznymi tenkými vláknami, napr. chl p mačky alebo psa, tenká niť a pod.
- e) Zhodnoťte presnosť merania touto difrakčnou metódou.

---

### 64. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie A

Autori návrhov úloh:

Lubomír Konrád (1, 6), Aba Teleki (2, 5), Ivo Čáp (3, 4, 7),  
Kamil Bystrický (4)

Recenzia:

Aba Teleki, Lubomír Mucha

Preklad textu úloh do maďarského jazyka:

Aba Teleki

Redakcia:

Ivo Čáp

Vydal:

Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2022