

64. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2022/2023

Kategória A

Domáce kolo – text úloh

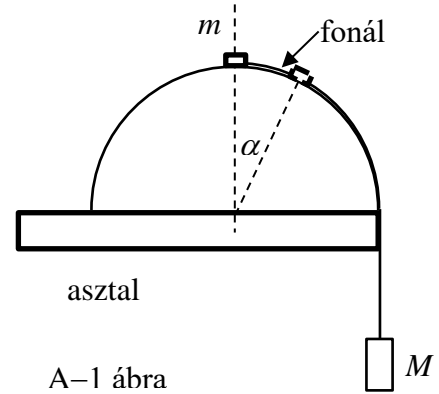
1. Fonállal összekötött testek

Az asztal szélén egy $R = 300$ mm sugarú félhenger van, tengelye az asztal szélével párhuzamos. A félhenger csúcsán egy $m = 50,0$ g tömegű kis testet tartunk. Ez a test egy fonállal van összekötve az $M = 10,0$ g tömegű testtel, amely a fonál másik végén lóg. Az m tömegű testet elengedjük, mire csúszni kezd a félhenger felületén a tengelyre merőleges síkban (lásd A-1 ábra).

Tételezzék fel, hogy a fonál és félhenger közt fellépő súrlódás elhanyagolhatóan kicsi, és elhanyagolható a fonál tömege is!

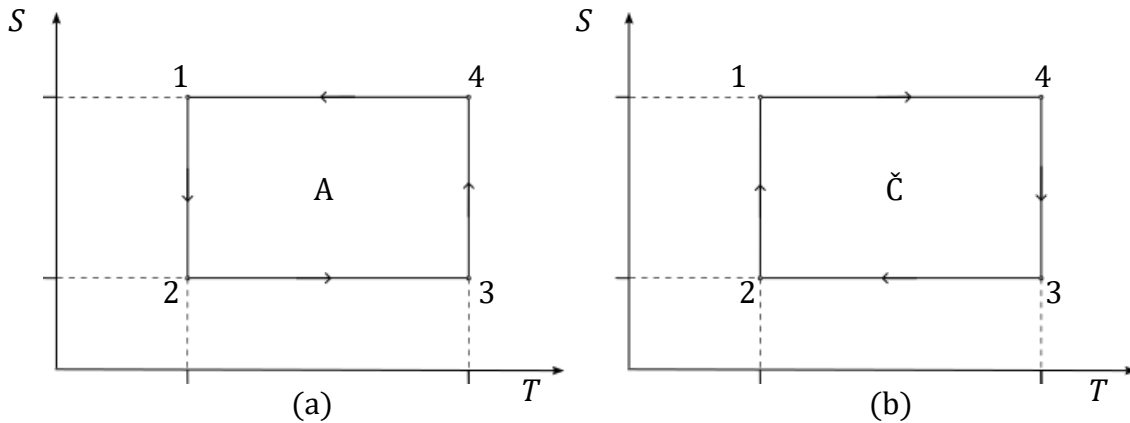
- Készítsék el a rendszer rajzát, amikor a kis test a félhenger felületén csúszik – rajzolják be a kis testre ható összes erő vektorját!
- Határozzák meg, mekkora α_m szögnél szűnik meg az érintkezés a kis test és félhenger között! A feladatrészt numerikusan vagy grafikusán oldják meg!
- Mekkora a kis test kezdeti a_0 gyorsulása, mekkora az a_m gyorsulása és v_m sebessége, amikor az α szög eléri az α_m értéket?
- Szerkesszék meg az α szöget, mint a t idő függvényét a $0 < \alpha < \alpha_m$ tartományra, és határozzák meg a t_m időt, amely alatt a kis test eléri a v_m sebességet! A szükséges számításokat numerikusan végezzék el – igen alkalmas erre az MS Excel vagy más táblakezelő alkalmazás!

A nehézségi gyorsulás $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



2. Termodinamika

Az A-2 ábrán két reverzibilis (visszafordítható) körfolyamat $S - T$ diagrammja látható (1-2-3-4-1), ahol a vízszintes tengelyek a termodinamikai hőmérséklet, a függőlegesek az entrópia. Az i állapot hőmérséklete T_i , entrópiája S_i ($i = 1, 2, 3, 4$). Az (a) ábrán egy munkát végző hőgép (A) körfojamata látható. A (b) ábrán ugyanezt a körfolyamatot az ellenkező irányban járjuk körbe, és egy hőpumpa (Č) működését mutatja.



A-2 ábra

- Határozzák meg az A hőgép η hatásfokát!
- Mekkora W munkát végez az A hőgép egy ciklus alatt?
- Mekkora Q_1 hőt vesz fel a Č hőpumpa a hidegebb hőtartájából, és mekkora Q_2 hőt ad le a melegebb fűtött térrészben egy ciklus alatt?
- Magyarázzák meg azt a látszólagos ellentmondást (paradoxont), hogy minél kisebb az A hőgép η hatásfoka, annál több hőt pumpál a Č hőpumpa a hidegebb közegből a melegebbe a gázon végzett 1 J munkával!

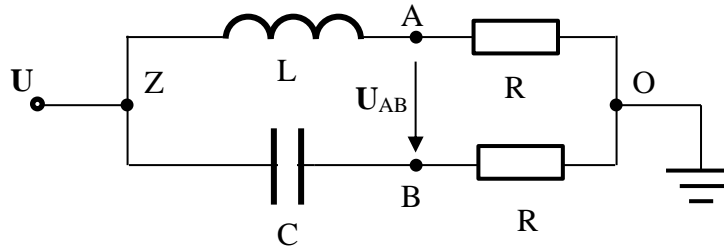
A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekre:

$$T_1 = 300 \text{ K}, T_3 = 800 \text{ K}, S_1 = 300 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}, S_2 = 100 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}.$$

Megjegyzés: Tanulmányozzák az entrópia szerepét a termodinamikában! A feladat megoldásához szükséges tudni, hogy reverzibilis izotermikus folyamatok esetében a rendszer entrópiája a $\Delta S = Q/T$ értékkel változik, ahol Q a rendszernek T hőmérsékleten leadott hő.

3. Elektromos áramkör

Az A–3 ábra egy 2-pólus sémáját mutatja, ez egy L indukciójú tekercsből (L), egy C kapacitású kondenzátorból (C) és két azonos R ellenállású rezisztorból (R) áll. A Z és O pólusokhoz egy váltakozó U feszültségű áramforrást csatlakoztatunk.



A–3 ábra

- Milyen feltételt kell teljesítenie a kétpólusnak, hogy a Z és O pólusok közti impedancia ne függjön a frekvenciától?
- Milyen feltétel mellett lesz a kétpólus mindkét ágában az effektív áramerősség azonos, ha az áramforrás feszültségének frekvenciája f_0 ?
- Határozzák meg a tekercs L indukcióját és a kondenzátor C kapacitását az a) és b) részfeladatokban, ha $f_0 = 10$ kHz és $R = 500 \Omega$!
- Határozzák meg az U_{AB} feszültséget (az U_{AB} effektív feszültséget és φ_{AB} fáziskülönbséget) az A és B pontok között a c) részfeladatban alkalmazott eljárás szerint meghatározott R , L és C értékekre, ha az áramforrás effektív feszültsége $U = 12$ V, frekvenciája $f_1 = 1,0$ kHz, $f_2 = 10$ kHz és $f_3 = 100$ kHz!
- Szerkesszék meg az U_{AB}/U arány grafikonját, valamint a φ_{AB} fáziskülönbség grafikonját az áramforrás ω körfrekvenciájának függvényeként!

A feladatot oldják meg általánosan, majd a megadott értékekre!

4. Optikai lencse

A $D = 5,0$ cm átmérőjű síkdomború lencse $n = 1,50$ törésmutatójú üvegből készült. A lencse domború felülete gömbfelület, sugara $R = D$. A fény az optikai tengellyel párhuzamosan esik a lencse sík felületére. A lencse előtti rekesznyílással állítható a lencsére eső fénynyaláb r sugara. A rekesz merőleges az optikai tengelyre, és a nyílás közepe az optikai tengelyen van. A lencse mögött, az optikai tengelyre merőlegesen van az ernyő.

Az első esetben a rekesznyílás átmérője nagyon kicsi $r \ll R$.

- Mekkora x_0 távolságba kell állítani az ernyőt a lencse gömbfelületének V csúcsától, hogy az ernyőn a lehető legkisebb fényfolt jöjjön létre?
- Határozzák meg (közelítőlegesen) a fénynyaláb a_m átmérőjét, ha r kicsi, de véges! Miért nem lehet a nyalábot egyetlen pontba fókuszálni?

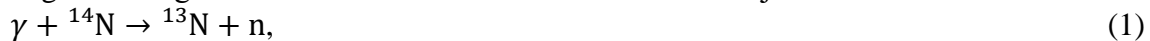
A második esetben a rekesznyílást fokozatosan növeljük, miközben az ernyő x_0 távolsága nem változik. Ennek köszönhetően növekszik a fényfolt a átmérője az ernyőn.

- Fejazzék ki az $x(r)$ összefüggést, ahol x az a (V csúcsponttól mért) távolság, ahol a fénynyaláb szélső fénysugarai, áthaladva a lencsén, metszik az optikai tengelyt, és r a fénynyaláb átmérője! Szerkesszék meg az x/R arány grafikonját az r/R mennyiség függvényeként a $(0; 0,5)$ tartományra, és határozzák meg $(x/R)_m$ értéket, ha $(r/R) = 0,5$!
- Mekkora a fényfolt a_0 átmérője, ha az ernyő x_0 távolságban van, és a fénynyaláb a lencse teljes felületét megvilágítja, tehát $r/R = 0,5$?
- Rajzolják le az optikai rendszert megfelelő léptékben, felhasználva a megadott és kiszámított értékeket is! Az ernyőt a V csúcsponttól x_0 távolságba helyezték! Az ábrába rajzolják be azon fénynyaláb szélső fénysugarait, amely fénynyalábokra az $(r/R) = 0,1; 0,25; 0,4; 0,5$ értékeknek felelnek meg! Határozzák meg az ábrából a fényfolt a_0 átmérőjét, és az eredményt hasonlítsák össze a d) részfeladatban kapott eredménnyel!
- Határozzák meg az ábrából (közelítőlegesen) a V csúcstól mért x_1 távolságot, amelyben a fényfolt átmérője a legkisebb, miközben $(r/R) = 0,5$! Mérjék meg ezen a helyen a fényfolt a_1 átmérőjét!

5. Antirészecskék a felhőkben

A viharok mindennapjaink része, és annak ellenére, hogy sok mindent tudunk egy villám keletkezésének feltételeiről, még mindig sok kérdőjel van a körül, hogy mi indítja be a villámot. Nagy meglepetést okozott 1985-ben, amikor a NASA egyik γ -detektorokkal felszerelt repülőgépe átrepült egy viharfelhőn, mert olyan γ -részecskéket észlelt, amelyek a viharfelhőben keletkeztek. Úgy tűnik, hogy 1000 villámból 1-et erős γ -részecske-sugárzás kísér. Még meglepőbb, hogy a γ -sugárzás megelőzi a felhőben keletkező villámlást (néha akár percekkel is)¹. A megfigyelések szerint a γ -sugárzás akár kozmikus sugárzás következménye is lehet. Annak ellenére, hogy nem tudjuk mi „gyűjt be” egy villámot (légköri kisülést), azt már tudjuk, hogy a nagy erősségű villámoknál a légkörben ún. fotonukleáris reakciók is lezajlanak – olyan magreakciók, amelyeket nagy energiájú fotonok váltanak ki.

a) A gamma-sugárzás a következő fotonukleáris reakciót váltja ki a felhőben



ahol n neutron.

A foton milyen minimális energiájánál mehet végbe a leírt reakció (MeV egységben)? Mekkora lesz a reakcióból kilépő neutron és ${}^{13}\text{N}$ izotóp mozgási energiája (eV egységekben) a γ -részecske kiszámított minimális energiájánál? Tételezzék fel, hogy ${}^{14}\text{N}$ a reakció előtt nyugalomban van, és a keletkező neutron a beeső γ részecske irányában mozog!

b) A nitrogén ${}^{13}\text{N}$ izotópja β^+ -bomlással alakul át



ahol e^+ pozitron, az elektron antirészecskéje (antianyag), és ν_e elektron-neutrínó.

Mekkora lehet a (2) reakcióban keletkező pozitron mozgási energiája (MeV egységben), ha a neutrínó csak minimális energiát visz el. Tételezzék fel, hogy a reakció előtt a ${}^{13}\text{N}$ izotóp nyugalomban van.

c) A keletkező pozitron ütközések által lelassul a légkörben, szinte megáll. Ekkor a környezet egy a közelben lévő elektronjával ún. mezoatomot hoz létre ($e^- - e^+$ kötött állapot), majd annihiláció megy végbe, tehát a két részecske a következő reakcióban megsemmisül:

$$e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma. \quad (3)$$

Mekkora a keletkező fotonok energiája (MeV egységben) a mezoatom tömegközépponti rendszerében, és miért?

Az (1) reakcióban keletkező neutront leggyakrabban a levegő egyik nitrogénatom magja fogja be, és a következő reakció megy végbe



ahol p proton, és ${}^{14}\text{C}$ a szén egyik izotópja. Így a szén ${}^{14}\text{C}$ izotópjának egy újabb forrását sikerült megtalálni – az izotóp folyamatos keletkezése a rádiókarbon-kormeghatározás alapja.

d) Döntsék el, hogy a (4) reakció exoterm vagy endoterm? Mennyi energia szabadul fel ha exoterm, és milyen minimális mozgási energiával kell rendelkeznie a neutronnak, hogy végbe menjen, ha endoterm? Az eredményt MeV egységben fejezzék ki!

A feladatot oldják meg általánosan, majd az elektromosan neutrális atomok következő tömegeik felhasználásával:

$$m({}^{14}\text{N}) = 14,003\,074\,004\,25\,u, \quad m({}^{13}\text{N}) = 13,005\,738\,61\,u, \quad m({}^{14}\text{C}) = 14,003\,241\,989\,u,$$

¹ Gibney Elizabeth, Mystery gamma rays could help solve age-old lightning puzzle, Nature, vol. 590, 378-381 (2021), online: <https://www.nature.com/articles/d41586-021-00395-3> (az eredeti tanulmány Enoto Ternaki, Wada Yuiki, et al.: Photonuclear reactions triggered by lightning discharge [Légköri kisüléssel beindított fotonukleáris reakciók], Nature vol 551, 481-484 (2017))

$m(^{13}\text{C}) = 13,003\,354\,835\,34\,u$, $m_n = 1,008\,664\,915\,9\,u$, $m_p = 1,007\,825\,031\,90\,u$,
 $m_{e^-} = m_{e^+} = 5,485\,799\,090\,65 \times 10^{-4}\,u$, $u = 1,660\,539\,066\,60 \times 10^{-27}\,\text{kg}$ je atómová
hmotnostná jednotka, $c = 299\,792\,458\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ rýchlosť svetla vo vákuu,
 $1\,\text{eV} = 1,602\,176\,634 \times 10^{-19}\,\text{J}$.

Megjegyzés: döntsék el, szükségszerű-e relativisztikus számításokat végezni!

6. Alfa-bomlás

A rádium (^{226}Ra) izotópjá rádióaktív elem, az alfa-sugárzás természetes forrása. A tiszta rádium ezüstösen fehér fém.

a) Írják le a ^{226}Ra elem α -bomlásának egyenletét, és adják meg azt az elemet, amely magja ebben a bomlásban keletkezik!

b) Hány (N) α -részecske keletkezik $m = 1,0\,\text{g}$ rádiumban egy másodperc alatt?

Egy rádium mag átalakulásakor $E = 4,871\,\text{MeV}$ energia szabadul fel. Tételezzék fel, hogy a felszabaduló energia a keletkező termékek mozgási energiájává alakul!

c) Az elektromosan neutrális rádium atom nyugalomban van. Határozzák az alfa-bomlásban keletkező termékek sebességét közvetlenül a bomlás után!

Tételezzék fel, hogy a neutrális rádiumatom α -bomlása egy ködkamrában megy végbe, amelyben a homogén mágneses tér indukciója $B = 5,00\,\text{T}$. A keletkező α -részecskék véletlenszerű irányokban repülnek ki a magokból. Tételezzenek fel egy olyan α -részecskét, amely a bomlás után görbült pályán, de egy síkban mozog a kamrában, és kondenzcsíkot hagy maga után!

d) Határozzák meg, milyen irányban mozog ez az α -részecske a mágneses indukció vektorjához viszonyítva, és mekkora a két bomlástermék pályagörbületének sugara közvetlenül a bomlás után!

e) Hogyan térne el a bomlástermékek pályája abban az esetben, ha a ködkamrában csak egy elektronburok nélküli rádiummag bomlana el a leírt módon?

A feladatot oldják meg általánosan, majd a megadott értékekre! A számításhoz szükséges értékeket szerezzék be megbízható forrásokból!

Megjegyzés: Fontolják meg, hogy szükségszerű-e relativisztikus számításokat végezni!

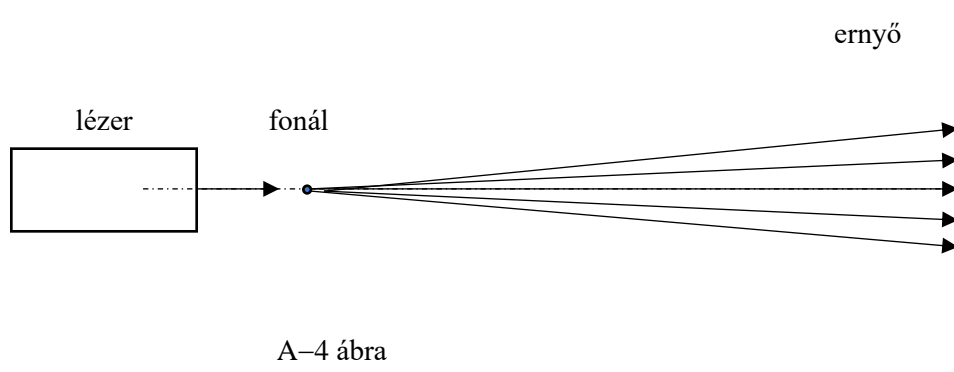
7. Fonálátmérő mérése

A hossz mérés módszereit aszerint választjuk meg, hogy milyen nagy értéket mérünk, és milyen pontosságot követelünk meg. Az általános hosszúságok mérésére vonalzót, mérőszalagot, nóniuszt, mikrométert stb. használunk. A nagy távolságok mérésére optikai módszerek alkalmasak.

A nagyon kis távolságok ill. méretek mérésekor hullámtulajdonságokon alapuló módszerek gyakoriak, amelyek a hullámzás interferenciáját és elhajlását (diffrakcióját) használják ki. A hullámtulajdonságokon alapuló módszerek pontossága közelítőleg a használt hullámzás hullámhosszának felével egyenlő.

A feladat, megmérni egy vékony fonál átmérőjét, amely nagyságrendileg néhány tíz μm . Ebben az esetben a látható fény alkalmazása ajánlott, mert elégséges pontosságot biztosít. Megfelelő szál egy vékony rézhuzal (sodrott vezetékéből), emberi hajszál, állat szőre stb. Használjanak három legfeljebb öt különböző fonalat, az eredményeket hasonlítsák össze!

a) A fonalak átmérőjét először nóniusszal, mikrométerrel mérik meg! Értékeljék ki a mérési módszert, végezzenek becslést a pontosságára!



A hullámtulajdonságot kihasználó módszer a szálon történő fényelhajlást (diffrakciót) használja.

A mérési elrendezést az A-4 ábra mutatja. Rögzítsenek egy lézer mutatópálcát állványba (pl. vörös fényű mutatópálcát – ennek hullámhossza 650 nm), hogy vízszintesen, pl. egy néhány méterre levő fehér falra világítson! Helyezzék a mért fonalat a lézersugárba, szálával merőlegesen a fénysugárra – szintén rögzítsék megfelelő állvánnyal! A falon (ernyőn) *diffrakciós ábra*, intenzitás minimumok és maximumok egymást követő sora keletkezik.

- b) Magyarazzák meg a szálon keletkező diffrakció lényegét, és adják meg a szomszédos intenzitásmaximumok közti szögtávolság képletét!
- c) MÉRJÉK meg a lehető legpontosabban a kellő távolságokat, majd határozzák meg a fonál átmérőjét!
- d) A mérést ismételjék meg különböző vékony fonalakkal, pl. macskaszőrrel, kutyaszőrrel, vékony cérnával stb.
- e) Értékeljék ki ennek a diffrakciós módszernek a pontosságát!

64. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie A

Autori návrhov úloh:	Eubomír Konrád (1, 6), Aba Teleki (2, 5), Ivo Čáp (3, 4, 7), Kamil Bystrický (4)
Recenzia:	Aba Teleki, Lubomír Mucha
Preklad textu úloh do maďarského jazyka:	Aba Teleki
Redakcia:	Ivo Čáp
Vydal:	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2022