

64. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2022/2023

Kategória E

Úlohy domáceho kola

1) Oneskorený vlak

Vlak sa pohybuje po trati konštantnou rýchlosťou v_0 po dobu $t_1 = 1,00$ h, ale potom sa musí zastaviť pre práce na trati a čaká na mieste po dobu $t_2 = 0,50$ h. Keď sa dá znova do pohybu, jeho konštantná rýchlosť je len 75% pôvodnej rýchlosti v_0 . Vlak dorazí do cieľa s oneskorením $t_4 = 1,50$ h, oproti cestovnému poriadku, ktorý počítal s konštantnou rýchlosťou v_0 po celú dobu jazdy.

Keby miesto, kde vlak sa musel zastaviť, by bolo o $s_2 = 45,0$ km ďalej v smere jazdy, oneskorenie vlaku (oproti cestovnému poriadku) by bolo len $t_5 = 1,00$ h.

- Koľko mala trvať (t_c) cesta podľa cestovného poriadku?
- Aká bola rýchlosť v_0 vlaku v prvej časti (plánovaná rýchlosť podľa cestovného poriadku)?
- Aká bola celková dĺžka s trate?
- Zostroj grafy rýchlosti ako funkcie času v oboch prípadoch do spoločného grafu.

2) Zložitý elektrický obvod

Na obrázku E-1 je zložitý elektrický obvod, kde medzi bodmi A a B sú zapojené rezistory R_1 až R_5 . Rezistory R_2 a R_4 môžeme nahradiť rezistormi s odporom $R_0 = 0 \Omega$ predstavujúcimi skrat, alebo s nekonečne veľkým odporom $R_\infty = \infty \Omega$, ktoré predstavujú prerušenie vetiev.

Napiš hodnoty rezistorov R_2 a R_4 , aby rezistory R_1, \dots, R_5 vytvárali medzi bodmi A a B obvod ekvivalentný obvodu:

- s tromi rezistormi v sérii,
- s tromi rezistormi zapojených paralelne.

Urči hodnoty odporov R_2 a R_4 (môžu byť iné ako 0 alebo ∞) tak, aby

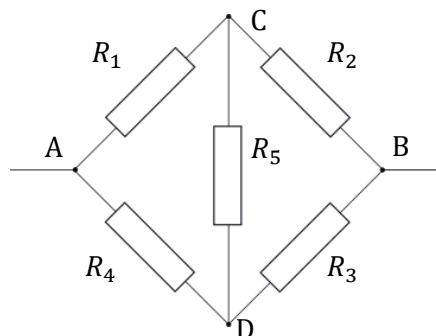
- výsledný odpor R_{AB} medzi bodmi A a B nezávisel od hodnoty odporu R_5 .

Vo všetkých prípadoch a), b), c) znázorni riešenie na obrázku a vypočítaj výsledný odpor R_{AB} medzi bodmi A a B.

Úlohu rieš pre hodnoty odporov: $R_1 = 1,0 \Omega$, $R_3 = 3,0 \Omega$, $R_5 = 5,0 \Omega$.

Poznámka: O elektrických obvodoch, sériovom a paralelnom zapojení pozri napr.:

<https://teachers-paradise.webnode.sk/a13-3-elektricke-obvody/>



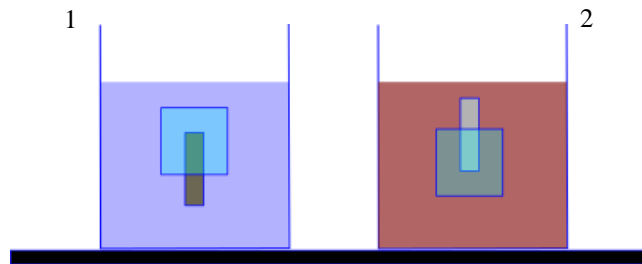
Obr. E-1



<https://teachers-paradise.webnode.sk/a13-3-elektricke-obvody/>

3) Objem valčeka v ľade

V pohári 1 je voda, v pohári 2 je neznáma kvapalina. Máme 2 rovnaké kocky ľadu s dĺžkou strany 1 cm. V každej kocke je zamrznutý valček ako ukazuje obrázok E-2. Oba valčeky majú rovnaký tvar a objem, sú z rôznych materiálov a z ľadových kociek vyčnievajú 1/3 svojej dĺžky.



Obr. E-2

V oboch prípadoch sa kocky vznášajú v kvapalinách v stabilnej polohe, ako ukazuje obr. E-2. Stabilnou orientáciou rozumieme nasledovné: ak kocku mierne pootočime, vráti sa do takej orientácie, akú ukazuje príslušný obrázok.

- Určte objem V_v valčekov v jednotkách mm^3 , ak v nádobe 1 je valček z hliníku.
- V ktorom pohári je kvapalina s väčšou hustotou? Aká je hustota valčeka v nádobe 2 v porovnaní s hustotou hliníka a hustotou ľadu. Svoju odpoveď zdôvodni.

Kocky ľadu sa začnú roztápať. Valčeky zostávajú zamrznuté v ľade.

- Čo sa udeje s kockou ľadu v pohári 1 (bude sa vznášať, vypláva na voľnú hladinu, klesne na dno pohára)? Svoju odpoveď zdôvodni.

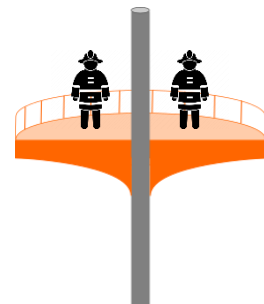
Voda z ľadu v pohári 2 sa nerozpúšťa v neznámej kvapaline, ale na začiatku zostáva v spojení s ľadom a vytvára na jeho povrchu tenkú vrstvu (v dôsledku tzv. povrchového napätia).

- Čo sa udeje s kockou ľadu spojeného s vodou z ľadu v pohári 2 (bude sa vznášať, vypláva na voľnú hladinu, klesne na dno pohára)? Svoju odpoveď zdôvodni.
- Čo sa udeje s kockou ľadu v pohári 2 (bude sa vznášať, vypláva na voľnú hladinu, klesne na dno pohára), ak roztopená voda sa oddelí od kocky ľadu? Svoju odpoveď zdôvodni.

Hustota vody $\rho_v = 1,00 \text{ g/cm}^3$, hustota ľadu $\rho_\ell = 0,92 \text{ g/cm}^3$, hustota hliníka $\rho_A = 2,70 \text{ g/cm}^3$.

4) Výt'ah z nebies

Pre veľmi vysoké budovy sa skúmajú možnosti záchrany osôb z vysokých poschodí. Jednou z možností je ľahká hliníková tyč s prierezom $S = 1,00 \text{ cm}^2$ a medená platforma, ktorá kľže dole po tyči, obr. E-3. Na platforme je trecia brzda, ktorá udržiava počas klesania bezpečnú konštantnú rýchlosť. Platforma zostúpila z výšky h až na prízemie za čas $T = 1 \text{ min } 40 \text{ s}$. Hmotnosť platformy $M_p = 100 \text{ kg}$ a niesla dve osoby s celkovou hmotnosťou $M = 200 \text{ kg}$. Pri trení uvoľnené teplo čiastočne zohrieva hliníkovú tyč (časť $k_1 = 40\%$ uvoľneného tepla). Rovnakú časť odovzdáva brzda platforme. Kým platforma zostúpi až na prízemie, zvyšná časť, 20% tepla sa odovzdá do okolia. Na posledných pár metroch platforma zabrzdila a bezpečne sa zastavila na prízemí. Pri poklese z výšky h až na prízemie sa teplota platformy zvýšila o $\Delta t_{\text{Cu}} = 8,05 \text{ }^\circ\text{C}$.



Obr. E-3

- Urči zmenu Δt_A teploty hliníkovej tyče spôsobenú trením v brzde.
- Urči výšku h , z ktorej platforma klesala.
- Z akej výšky H by musela klesať platforma s uvedeným nákladom, aby jej teplota vzrástla z $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ na bod varu vody (pri normálnom tlaku vzduchu)?

Hustota hliníka $\rho_{\text{Al}} = 2712 \text{ kg/m}^3$, merné hmotnostné teplo hliníka $c_{\text{Al}} = 910 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$ a medi $c_{\text{Cu}} = 390 \text{ J}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$, gravitačná konštanta $g = 10 \text{ N/kg}$. Paluba platformy je tepelne izolovaná.

5) Vesmírne smetie

UNOOSA (United Nations Office for Outer Space Affairs – Úrad OSN pre vesmírne záležitosti) eviduje celkom $N = 7\,389$ umelých satelitov nad povrchom Zeme, z ktorých $N_a = 4\,852$ je aktívnych. Súhrnná hmotnosť aktívnych satelitov je $M_a = 3\,738\,339$ kg. Satelity lietajú v rôznych výškach h nad povrchom Zeme, pozri Tab. E–1. Budeme predpokladať, že každý satelit lieta po kružnicovej trajektórii so stredom v strede Zeme rýchlosťou niekoľko km/s.

Keby sa zrazili dva satelity letiace proti sebe pri týchto rýchlostiach, rozpadli by sa na drobné kúsky letiace všetkými možnými smermi, a mohli by spustiť lavínu ďalších zrážok.

Predpokladaj, že všetky satelity (vrátane neaktívnych) sa rozpadli na kúsky s hmotnosťou

$m = 0,10$ g, že všetky kúsky zostali vo vrstve, v ktorej boli pôvodné satelity, a vo vrstve sú rozložené rovnomerne

- Urči objem V_1 v jednotkách km^3 , ktorý by pripadal na jeden úlomok v každej z vrstiev. Tabuľku E–1 doplň o ďalší stĺpec obsahujúci objem V_1 . Uveď, v ktorej vrstve je tento objem najmenší.
- Navrhni fyzikálne prijateľnú metódu k odhadu priemernej vzdialenosti l medzi kúskami úlomkov v každej vrstve. Údaje doplň do ďalšieho stĺpca v tabuľke. Uveď, v ktorej vrstve sú úlomky najhustejšie.

Medzinárodná vesmírna stanica (ISS) letí vo výške približne $h_1 = 450$ km. Plocha jej solárnych panelov $S = 2500,0$ m^2 .

- Odhadni, aká by bola pravdepodobnosť, vyjadrená v %, že v priebehu jednej sekundy jeden úlomok zasiahne solárne panely ISS. Odhadni, za aký čas by zasiahol úlomok solárne panely s pravdepodobnosťou 50 %. [Presný výpočet je veľmi zložitý, pre približný odhad predpokladaj, že ISS letí medzi úlomkami rýchlosťou $v_1 = 7,39$ km/s (čo je jej obežná rýchlosť okolo Zeme), a tie touto rýchlosťou narážajú do solárnych panelov, ktorých plocha je kolmá na smer letu.]

Predpokladaj, že pomer N_n/N_a počtu neaktívnych satelitov k počtu aktívnych satelitov je vo všetkých vrstvách rovnaký, a že priemerná hmotnosť aktívnych a neaktívnych satelitov je po vrstvách rovnaká.

Pomôcka: Objem V gule s polomerom R je $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, kde $\pi \approx 3,1415$ je tzv. Ludolfovo číslo. Objem hranola, ktorého základňa má plochu S a ktorý má výšku h , je $V = Sh$.

| Poradové číslo vrstvy | Výška nad povrchom Zeme h/km | Počet N_a aktívnych satelitov vo vrstve | Hmotnosť M_a aktívnych satelitov vo vrstve M_a/kg |
|-----------------------|---------------------------------------|---|--|
| 1 | 150-200 | 5 | 2 700 |
| 2 | 200-300 | 189 | 110 872 |
| 3 | 300-400 | 191 | 71 418 |
| 4 | 400-500 | 579 | 113 153 |
| 5 | 500-600 | 2 156 | 492 095 |
| 6 | 600-700 | 281 | 160 105 |
| 7 | 700-800 | 94 | 83 411 |
| 8 | 800-900 | 50 | 61 162 |
| 9 | 900-1000 | 15 | 34 695 |
| 10 | 1 000-10 000 | 592 | 254 415 |
| 11 | 10 000-20 000 | 38 | 55 272 |
| 12 | 20 000-30 000 | 91 | 119 692 |
| 13 | 30 000-40 000 | 569 | 2 177 907 |
| 14 | 40000 a viac | 2 | 1 442 |
| | spolu | 4 852 | 3 738 339 |

Tab. E–1

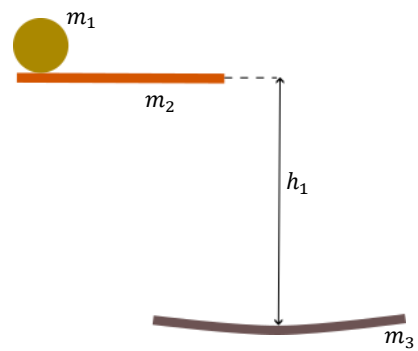
6) Kotúľajúca sa guľa

Horúca zlatá guľa s hmotnosťou $m_1 = 100$ g s teplotou $t_1 = 230$ °C je položená na vodorovnú medenú dosku s hmotnosťou $m_2 = 200$ g a teplotou $t_2 = 20,0$ °C. Guľa sa kotúľá bez trenia veľmi pomaly doprava, až padne z výšky $h_1 = 1,00$ m dole na olovenú dosku s hmotnosťou $m_3 = 200$ g a teplotou $t_3 = 20,0$ °C, pozri obr. E-4.

Kým sa zlatá guľa kotúľá po medenej doske, poklesne rozdiel teplôt gule a dosky na hodnotu $\Delta t = 10,0$ °C.

- Urči teploty gule a medenej dosky v okamihu, keď guľa dosiahne koniec medenej dosky.
- Po páde zlatej gule na olovenú dosku, po určitom čase sa ich teplota ustáli na rovnakej hodnote. Urči konečnú teplotu olovenej dosky.
- Urči výšku h_2 medenej dosky nad olovenou, aby ustálená teplota olovenej dosky po dopade zlatej gule bola $t_c = 34,0$ °C.

Merná tepelná kapacita zlata $c_{\text{Au}} = 130 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$, medi $c_{\text{Cu}} = 390 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$ a olova $c_{\text{Pb}} = 130 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$, gravitačná konštanta $g = 10,0$ N/kg. Straty tepla do okolitého prostredia neuvažuj. Pri náraze gule do olovene j dosky sa celá jej kinetická energia premení na teplo (deformačnú energiu neuvažuj).



Obr. E-4

7) Ľad a soľ

K zmene skupenstva nejakej látky, napr. ľadu, je potrebné teplo. K roztopeniu 1,00 g ľadu s teplotou $t_0 = 0,0 \text{ }^\circ\text{C}$ (pričom vznikne voda s teplotou $0,0 \text{ }^\circ\text{C}$) je potrebné neuveriteľne veľa tepla (334 J). Na zvýšenie teploty 1,00 g vody o $\Delta t = 1,0 \text{ }^\circ\text{C}$ musíme dodať 4,18 J tepla. Rovnaké množstvo tepla musíme odčerpať, pokiaľ teplotu vody chceme znížiť o $1,0 \text{ }^\circ\text{C}$.

V zime sa často solia chodníky a cesty. Soľ ľad roztopí (pokiaľ teploty nie sú príliš nízke). Ľad pomocou kuchynskej soli možno roztopiť aj vtedy, keď má teplotu $t_f = -18 \text{ }^\circ\text{C}$. Akú teplotu bude mať roztopená zmes?

Cieľ

Sledovať teplotné zmeny zmesi ľadu a vody. Zistiť množstvo roztopeného ľadu a zmenu teploty zmesi.

Pomôcky:

Termoska (kalorimeter), iná (pomocná) nádoba, váhy, voda, ľad, kuchynská soľ, miešadlo, vodotesný alobalový tanier (podložka), teplomer.

Postup

1. Pripravte v mrazničke dostatočné množstvo ľadových kociek vopred.
2. Pripravte vodu s teplotou $t_0 = 0,0 \text{ }^\circ\text{C}$. Do termosky nalej 100 g (100 ml) studenej vody a pridaj dostatočné množstvo ľadu. Vyčkaj, až sa teploty vyrovnajú. Ak sa neroztopil všetok ľad, voda v zmesi má presne teplotu $t_0 = 0,0 \text{ }^\circ\text{C}$. Opíš, čo sa deje s množstvom ľadu.
3. Priprav ľad s teplotou $t_0 = 0,0 \text{ }^\circ\text{C}$ – opíš, ako si pripravil tento ľad.
4. V termoske ponechaj 100 g vody s teplotou $t_0 = 0,0 \text{ }^\circ\text{C}$ (ľad vyber) a vlož 100 g ľadu tiež s teplotou $t_0 = 0,0 \text{ }^\circ\text{C}$.
5. Nasyp do termosky cca. 25 g kuchynskej soli a teplomerom premiešaj, než sa množstvo ľadu v termoske ustáli. Aká je teplota zmesi?
6. Navrhni spôsob, ako zmeriaš hmotnosť ľadu v termoske (po nasypaní soli a po ustálení teploty) a realizuj meranie.
7. Odhadni, koľko tepla sa vymenilo medzi vodou a ľadom po pridaní soli, a navrhni fyzikálne prijateľné vysvetlenie.
8. Zopakuj experiment s 50 g kuchynskej soli (alebo s iným množstvom) a výsledky zapíš do prehľadnej tabuľky. Urob záver z tvojich pozorovaní javu.