

64. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2022/2023
Kategória G – Archimediáda
Úlohy domáceho kola

1) Valčeky v ľade

V pohári 1 je voda, v pohári 2 je neznáma kvapalina. Máme 6 rovnakých kociek ľadu s dĺžkou strany 1 cm. V každej kocke je zamrznutý valček ako ukazuje obrázok G-1. V kockách ľadu A, B a C sú rovnaké valčeky z toho istého materiálu. V kockách ľadu D, E a F sú tiež rovnaké valčeky z rovnakého materiálu, ale z iného, než z akého sú valčeky v kockách A, B a C.

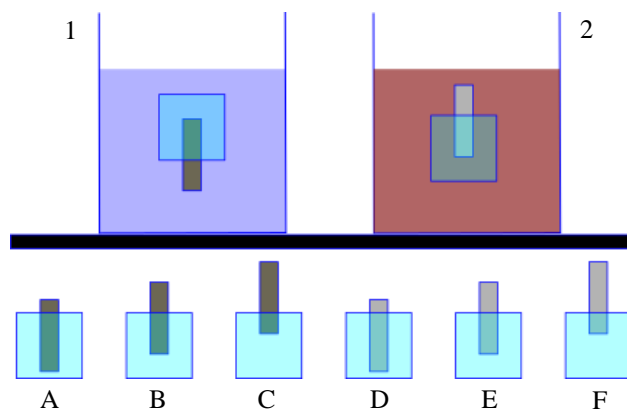
Kocka B sa vo vode vznáša (Obr. G-1). Kocka E sa vznáša v neznámej kvapaline.

Orientácia kociek je v kvapalinách stabilná, tzn. ak kocku mierne pootočíme a uvoľníme, vráti sa nazad do pôvodnej orientácie, akú ukazuje príslušný obrázok.

Budeme uvažovať, že ľad, voda, aj neznáma kvapalina majú teplotu 0°C , a ľad sa neroztápa.

- Kocky A a C vložíme do vody v pohári 1. Uveď, ktorá z nich bude plávať na voľnej hladine vody, a ktorá poklesne na dno pohára? Svoju odpoveď zdôvodni.
- Do pohára 2 s neznámou kvapalinou vložíme kocky D a F. Uveď, ktorá z nich bude plávať na voľnej hladine kvapaliny, a ktorá poklesne na dno pohára? Svoju odpoveď zdôvodni.
- Ako sa budú správať kocky A, B, C, ak ich vložíme do neznámej kvapaliny v nádobe 2, a ako kocky D, E, F, ak ich vložíme do vody v nádobe 1? Poklesnú na dno, budú sa vznášať, alebo vyplávajú na voľný povrch príslušnej kvapaliny?

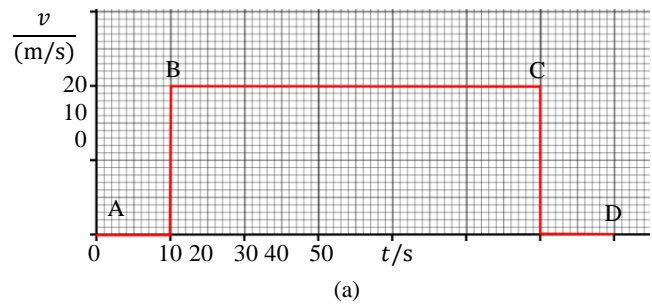
Poznámka: Hustota vody pri teplote $0,0^{\circ}\text{C}$ je $\rho_v = 1,000 \text{ g/cm}^3$, hustota ľadu $\rho_l = 0,917 \text{ g/cm}^3$.



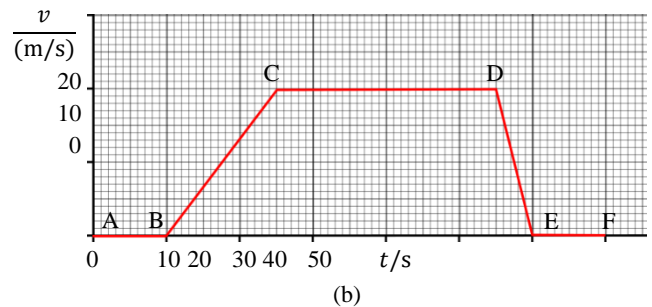
Obr. G-1

2) Autobus

Na obrázku G–2(a) vidíme graf rýchlosti v autobusu v závislosti od času t . Graf ukazuje idealizovaný pohyb autobusu medzi dvomi zastávkami. Bod A grafu zodpovedá okamihu, keď šofér zatvorí dvere a bod D okamihu, v ktorom dvere opäť otvorí. V grafe vidíš, že sa neuvažuje postupné rozbíhanie a brzdenie.



- Opíš pohyb autobusu v úsekoch AB, BC, CD.
- Vypočítaj dráhu s_1 , ktorú autobus podľa grafu prejde, a ukáž, že prejdená vzdialenosť s_{BC} je rovná ploche S_{BC} pod grafom rýchlosti na obr. G–2(a), ak dĺžku strán obdĺžnika uvažujeme v jednotkách uvedených na osiach grafu.



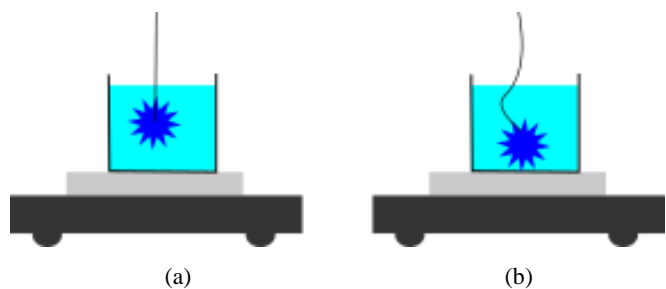
Obr. G–2

Prejdená dráha je rovná ploche pod grafom rýchlosti aj v zložitejších prípadoch, napr. pod grafom na obr. G–2(b), ktorý uvažuje aj postupné rozbíhanie a brzdenie autobusu.

- Opíš pohyb autobusu, znázornený na grafe obr. G–2(b), v úsekoch AB, BC, CD, DE a EF.
- Urči dráhu s_2 , na ktorej sa autobus rozbíha, a dráhu s_3 , na ktorej zabrzdí.
- Akú celkovú dráhu s_4 prejde autobus medzi zastávkami podľa obr. G–2(b)?
- Urči priemernú rýchlosť v_p autobusu medzi B a E podľa obr. G–2(b) od okamihu B, keď sa začne pohybovať do okamihu E, keď sa zastaví. Rýchlosť vyjadri v jednotke km/h.

3) Mokry ježko

Adam čítal román o Archimedovi a chcel vyskúšať, či správne pochopil čo sa tam písalo o Archimedovom zákone. Zobral digitálne váhy, ktoré jeho mamička používala na korenie. Položil na váhy tenkostenný sklenený pohár, nalial do pohára vodu a ukazovateľ vynuloval. Zobral kovovú napodobeninu ježka a zavesil ju na veľmi tenkú niť. Ježka úplne potopil do vody v pohári na váhach, ale tak, aby sa nedotýkal dna, obr. (a). Váhy ukázali hodnotu $m_1 = 12,00$ g. Následne ponoril ježka až tak, že klesol na dno pohára, pričom sa tenká niť povolila, obr. (b). Váhy ukázali $m_2 = 21,00$ g.



Obr. G–3

- Urči objem V a hmotnosť m ježka.
- Urči priemernú hustotu materiálu, z ktorého bol ježko vyrobený.

Adam, čítal knihu aj večer, pred zaspáním. Snívalo sa mu, že je v laboratóriu na Mesiaci a pokračuje v experimentovaní. Zopakoval experiment s ježkom a s mamkinými váhami aj v laboratóriu na Mesiaci. Keď sa zobudil, okamžite začal hľadať údaje a prekvapene zistil, že výsledok merania, o ktorom sa mu snívalo, by bol správny.

- c) Vo sne tiež ponoril ježka visiaceho na niti do pohára vody na maminých váhach, aby sa nedotkol dna. Aký údaj ukazovali váhy v jeho sne? Zdôvodni. Aký údaj musel vyhľadať na internete pre potrebný výpočet a akú hodnotu zistil?

Hustota vody $\rho = 1,000 \text{ g/cm}^3$, gravitačná konštanta $g = 9,810 \text{ N/kg}$. Objem nite je zanedbateľne malý. Ostatné potrebné údaje vyhľadaj z dôveryhodných zdrojov.

4) Satelity nad hlavami

UNOOSA (United Nations Office for Outer Space Affairs – Úrad OSN pre vesmírne záležitosti) eviduje celkom 7389 umelých satelitov nad povrchom Zeme, z ktorých 4852 je aktívnych. Súhrnná hmotnosť aktívnych satelitov je 3 762 640 kg. Satelity lietajú v rôznych výškach. Uvažujme, že každý letí po kružnicovej trajektórii, ktorej stred je stredom Zeme. V tabuľke G–1 uvádzame počty aktívnych satelitov v daných vrstvách výšky nad povrchom Zeme.

- a) Urči priemernú hmotnosť m_p jedného aktívneho satelitu v každej vrstve a doplň ju do tabuľky. V ktorej vrstve sú v priemere najťažšie aktívne satelity?
- b) Odhadni priemernú vzdialenosť l_p medzi susednými aktívnymi satelitmi v každej vrstve a doplň ju do tabuľky. Uveď, v ktorej vrstve je priemerná vzdialenosť medzi aktívnymi satelitmi najmenšia? Opíš spôsob určenia tejto vzdialenosti.
- c) V ktorej vrstve bude priemerná vzdialenosť l_{pc} medzi susednými satelitmi najmenšia, ak zoberieme do úvahy aj neaktívne satelity. Predpokladaj, že pomer počtu aktívnych a neaktívnych satelitov je rovnaký vo všetkých vrstvách.

Poradové číslo vrstvy	Výška nad povrchom Zeme h /(km)	Počet aktívnych satelitov vo vrstve N_a	Súhrnná hmotnosť aktívnych satelitov vo vrstve M /kg
1	150-200	5	2 700
2	200-300	189	110 872
3	300-400	191	71 418
4	400-500	579	113 153
5	500-600	2 156	492 095
6	600-700	281	160 105
7	700-800	94	83 411
8	800-900	50	61 162
9	900-1000	15	34 695
10	1 000-10 000	592	254 415
11	10 000-20 000	38	55 272
12	20 000-30 000	91	119 692
13	30 000-40 000	569	2 177 907
14	40000 a viac	2	1 442
spolu		4 852	3 738 339

Tab. G–1

Objem V gule s polomerom R je $V = \frac{4}{3} \pi R^3$, kde $\pi = 3,1415$ je tzv. Ludolfovo číslo. Kocka, ktorej strana má dĺžku a , má objem $V = a^3$ a $a = \sqrt[3]{V}$. Zoznám sa s funkciami x^3 a $\sqrt[3]{x}$ na kalkulačke. Časti a), b) a c) vypočítaj do vzdialenosti 40 000 km nad povrchom Zeme.

5) Solenie chodníkov

V zime sa často solia chodníky a cesty. Pôsobením soli sa ľad roztopí aj pri teplotách pod bodom mrazu ($0\text{ }^{\circ}\text{C}$) – pokiaľ teploty nie sú príliš nízke.

Úloha

Sleduj ako ovplyvní prídanie soli do zmesi ľadu a vody teplotu tejto zmesi.

Pomôcky:

Nádoba, ktorá dobre vedie teplo (malá nádoba na varenie, očistená plechovka po konzerve, malá kovová nádoba na kŕmenie zvierat – cca. 250 ml), voda, ľad, kuchynská soľ, kuchynské váhy, teplomer, malé kuchynské cedidlo, miešadlo, alobal (rolka), tepelne izolačná podložka (napr. drevená).

Postup:

- 1) Z alobalu vytvor plytký tanierik a polož ho na drevenú (tepelne izolačnú) podložku, potom do neho nalej malé množstvo studenej vody (približne 5-10 ml). Vlož do vody na alobale plechovku, do ktorej dáš približne 30 ml studenej vody z vodovodu a približne 100 g ľadu (ľadovej triešti). Opíš, čo sa udeje s ľadom v plechovke v priebehu niekoľkých pár minút, kým miešadlom (teplomerom) premiešavaš zmes vody a ľadu. Vždy po $\frac{1}{2}$ minúte meraj (a zapisuj) teplotu vody. Vyber ľad cedidlom a zmeraj hmotnosť neroztopeného ľadu po 2 a 4 minútach, ľad po zvážení vždy okamžite vráť do plechovky – výsledok merania zapíš. Zdokumentuj stav vody na alobale – pozorovanie opíš aj slovne.
- 2) Zopakuj postup: alobal s vodou, do ktorej vložíme plechovku. Do plechovky vložíme 30 ml studenej vody a 100 g ľadu, **pridaj 2 polievkové lyžice kuchynskej soli** a zmes premiešaj. Vždy po $\frac{1}{2}$ minúte meraj (a zapisuj) teplotu vody. Vyber ľad cedidlom a zmeraj hmotnosť neroztopeného ľadu po 2 a 4 minútach, ľad po zvážení okamžite vráť do plechovky – výsledok merania zapíš. Zdokumentuj stav vody na alobale – pozorovanie opíš aj slovne.
- 3) Pomocou náprstku (vlastného malíčku) sformuj z alobalu tri malé nádoby s vyšším okrajom, aby sa neprevrátili, a do každého nalej rovnaké množstvo vody, 1 ml (1 g). Vlož opatrne do plechovky so zmesou vody, ľadu a soli (do náprstkov sa nesmie dostať slaná voda!). Po 4 minútach vyber prvý náprstok a opíš, čo sa stalo s vodou v náprstku. Druhý náprstok vyber po 6-ich, tretí po 8-ich minútach. Opíš pozorovanie, a dolož meraním pomocou váh.
- 4) Opíš rozdiel vo výsledku pozorovaní, keď si použil soľ. Urob záver ohľadom teploty chodníkov, ktoré sa v zime solia.

Ak máš možnosť, dokumentuj stav ľadu a vody na alobale, v plechovke, v náprstkoch fotografiami pomocou mobilného telefónu. Pokiaľ nemáš k dispozícii vhodný teplomer na meranie teplôt okolo bodu mrazu vody, sústreď svoju činnosť na meranie množstva ľadu pozorovaného v experimente.