

64. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2022/2023

Kategória G – Archimediáda

Úlohy domáceho kola

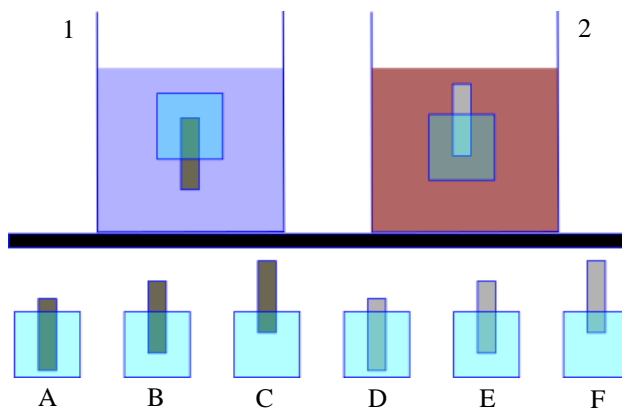
1. Hengerkék a jégben

Az 1-es pohárban víz van, a 2-esben ismeretlen folyadék. Van 6 egyforma jégkockánk, élhosszuk 1 cm. Mindegyikbe belefagyott egy kis henger, ahogy a G–1 ábra mutatja. Az A, B és C kockákban a hengerkék alakja és anyaga egyforma. A hengerkék alakja és anyaga a D, E és F kockákban is egyforma, de anyaguk más, mint az A, B és C kockákban lévő hengerkéké.

A B kocka lebeg a vízben (G–1 ábra). Az E kocka az ismeretlen folyadékban lebeg.

A kockák orientációja a folyadékokban stabil. Stabilitás alatt azt értjük, hogy ha a kockát kissé elfordítjuk, visszafordul az eredeti irányítottságába, amit az ábra mutat.

Feltételezzük, hogy a jég a víz és az ismeretlen folyadék hőmérséklete $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, és a jég nem olvad.



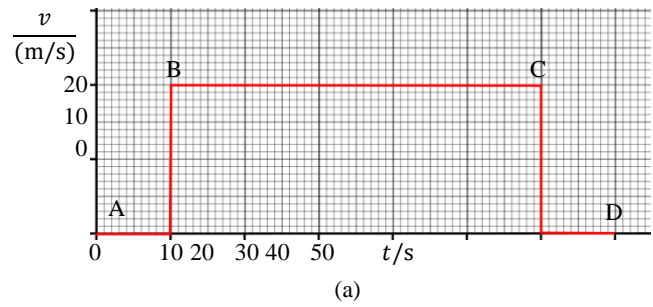
G–1 ábra

- Az A és C jégkockákat az 1-es pohárban levő vízbe helyezzük. Melyik fog közülük úszni a víz szabad felszínén, és melyik merül a pohár aljára? A válaszodat indokold meg!
- A D és F jégkockákat a 2-es pohárban levő ismeretlen folyadékba helyezzük. Melyik fog közülük úszni a folyadék szabad felszínén, és melyik merül a pohár aljára? A válaszodat indokold meg!
- Hogyan fognak viselkedni az A, B és C kockák, ha a 2-es pohár ismeretlen folyadékjába helyezzük őket? Hogyan fognak viselkedni a D, E és F kockák, ha az 1-es pohár vizébe helyezzük őket? Lemerülnek a poharak aljára, lebegni fognak, vagy úszni fognak a folyadékok felszínén? A válaszaidat indokold meg!

Megjegyzés: a $0,0^{\circ}\text{C}$ hőmérsékletű víz sűrűsége $\rho_v = 1,000\text{ g/cm}^3$, a jég sűrűsége $\rho_L = 0,917\text{ g/cm}^3$.

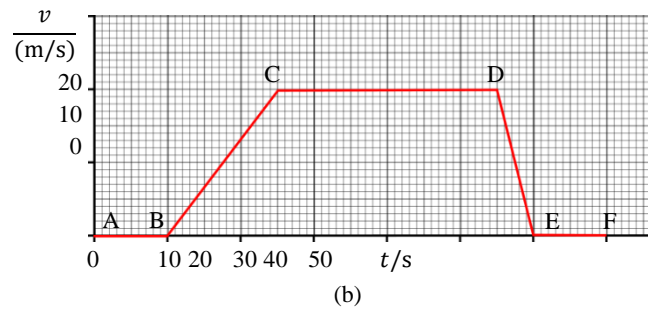
2. Az autóbusz

A G–1(a) ábra egy autóbusz v sebességének grafikonját mutatja a t idő függvényében. Egy idealizált esetet mutat két megálló között. Az A pontban a sofőr becsukja az ajtót, a D pontban az ajtót újra kinyitja. Láthatod, hogy a grafikon nem mutatja, hogy a busz gyorsul és azt sem, hogy lelassul.



a) Írd le az autóbusz mozgását az AB, BC és CD szakaszokon!

b) Számítsd ki az autóbusz által megtett s_{BC} távolságot, és mutasd meg, hogy egyenlő a G–1(a) sebességgrafikon alatti S_{BC} területtel, ha a téglalap oldalhosszúságait a tengelyeken megadott egységekben adjuk meg!



G–1 ábra

A megtett út hossza akkor is a sebességgrafikon alatti területtel egyenlő, ha bonyolultabb mozgásról van szó, pl. a G–1(b) ábrán láthatóval, amely már mutatja az autóbusz gyorsulását és lassulását is.

c) Írd le az autóbusz G–1(b) ábra grafikonján mutatott mozgását az AB, BC, CD, DE és EF szakaszain!

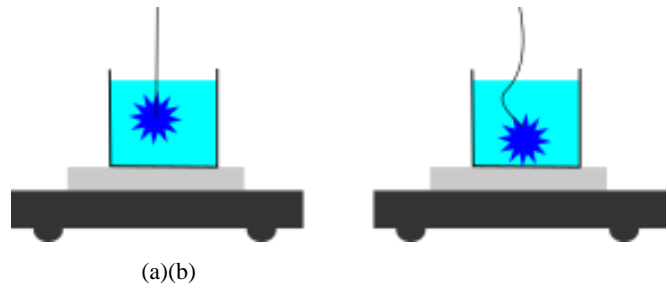
d) Mekkora s_2 utat tesz meg az autóbusz, amikor gyorsul, és mekkora s_3 utat, amikor lassul?

e) Mekkora utat tesz meg az autóbusz a megállók közt a G–1(b) ábra szerint?

f) Határozd meg az autóbusz v_p átlagsebességét a G–1(b) ábra B és E eseményei között – a B indulás és E megállás pillanati között. Fejezd ki km/h egységben!

3. Az elázott sünt

Ádám egy regényt olvasott Arkhimédész-ről, és ki akarta próbálni, hogy jól érti-e, amit az Arkhimédész-törvényről olvasott. Fogta anyukája digitális mérlegét, amit fűszerekre használt, reá helyezett egy vékonyfalú üvegpohárkát, vizet öntött bele, majd kinullázta a mutatót. Fogta egy sünt fémutánzatát, és egy vékony fonálra erősítette. A sünt teljesen elmerítette a pohár vizében úgy, hogy ne érjen a pohár aljához (G-3(a) ábra). A mérleg ekkor $m_1 = 12,00$ g értéket mutatott. Ez után a sünt utánzatot hagyta lesüllyedni a pohár aljára (a fonál teljesen ellazult: G-3(b) ábra). Ekkor a mérleg $m_2 = 21,00$ g értéket mutatott.



G-3 ábra

- Határozd meg a sünt utánzat V térfogatát és m tömegét!
- Határozd meg a sünt utánzat anyagának átlagos sűrűségét!

Ádám lefekvés előtt is olvasta a regényt. Azt álmodta, hogy egy laboratóriumban van a Holdon, és folytatja a kísérleteket. Megismételte a kísérletet a sünt utánzattal és anyukája mérlegével a Holdon is. Amikor felébredt, rögtön keresni kezdte a szükséges adatokat, és legnagyobb meglepetésére kiderült, hogy az álmában mért eredmény valóban helyes lenne.

Álmában a fonálon lógó sünt utánzatot szintén belelógatta mérlegen levő pohár vizébe, nem ért a pohár aljához. Milyen értéket mutatott álmában a mérleg? Indokold meg! Milyen értéket kellett kikeresnie az világhálón, és milyen értéket talált?

A víz sűrűsége $\rho_v = 1,000$ g/cm³, a gravitációs állandó $g = 9,810$ N/kg. A fonál térfogata elhanyagolhatóan kicsi. A többi szükséges mennyiség értékét keresd ki megbízható forrásokban!

4. Műholdak a fejünk fölött

Az ENSZ Világűrirodája (United Nations Office for Outer Space Affairs – UNOOSA) N=7389 Föld körül keringő műholdat tart számon, és közülük $N_a = 4852$ működik. A működő (aktív) műholdak összömege $M_a = 3\,738\,339$ kg. A műholdak különböző h magasságokban repülnek a Föld felszíne felett, lásd a G-1 táblázatot. Tételezzük fel, az egyszerűség kedvéért, hogy a műholdak körpályán keringenek a Föld körül (a körpályák középpontjai a Föld középpontja). A táblázat az egyes magasságok rétegeiben keringő aktív műholdakról szolgáltat adatokat.

a réteg sorszáma	a Föld felülete feletti magasság h /km	az aktív műholdak száma a rétegben N_a	az aktív műholdak összömege a rétegben M /kg
1	150-200	5	2 700
2	200-300	189	110 872
3	300-400	191	71 418
4	400-500	579	113 153
5	500-600	2 156	492 095
6	600-700	281	160 105
7	700-800	94	83 411
8	800-900	50	61 162
9	900-1000	15	34 695
10	1 000-10 000	592	254 415
11	10 000-20 000	38	55 272
12	20 000-30 000	91	119 692
13	30 000-40 000	569	2 177 907
14	40000 a viac	2	1 442
	együtt	4 852	3 738 339

G-1 táblázat

- Határozd meg, minden rétegre, az aktív műholdak átlagos m_p tömegét! Melyik rétegben vannak a legnehezebb aktív műholdak?
- Végezz becslést a szomszédos aktív műholdak közti átlagos l_p távolságára (minden rétegben)! Melyik rétegben legkisebb ez a távolság? Írd le hogyan határozod meg ezt a távolságot!
- Melyik rétegben lesz a szomszédos műholdak közti távolság a legkisebb, ha figyelembe vesszük a nem működő (inaktív) műholdakat is? Tételezd fel, hogy a működő és nem működő műholdak aránya minden rétegben ugyanaz!

Egy R sugarú gömb V térfogata $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, ahol $\pi \approx 3,1415$ az ún. Ludolf-féle szám. Egy a élhosszúságú kocka térfogata $V = a^3$ és $a = \sqrt[3]{V}$. Ismerkedj meg a kalkulátorod x^3 és $\sqrt[3]{x}$ funkcióival! Az a), b) és c) részfeladatokat a Föld felszíne feletti $h = 40\,000$ km magasságig számold ki!

5. Jég és só.

Télen gyakran sózzák a járdákat és az utakat. A só hatására a jég még akkor is elolvad, ha fagyáspont ($0\text{ }^{\circ}\text{C}$) alatti a hőmérséklet (de nem túl alacsony).

Feladat

Figyeld meg milyen hatással van só hozzáadása a jég és víz keverékéhez – hogyan változik meg a keverék hőmérséklete!

Segédeszközök:

Egy edény, amely jól vezeti a hőt (kicsi, főzésre használt bögre, lábos, megtisztított konzervdoboz, háziállatok etetésére használt könnyű fémtál – kb. 250 ml), víz, jég, konyhasó, mérleg, hőmérő, kicsi konyhai szűrő (szita), keverőpálca, alufólia (tekercs), hőszigetelő alátét (pl. faalátét).

Eljárás

- 1) Készíts alufóliából kis lapostányért, önts rá egy kevés hidegvizet (kb. 5-10 ml). Tedd ebbe a vízbe az edényt (bögrét), ebbe tegyél kb. 100 g jeget (jégkását) a fagyasztóból, önts rá kb. 30 ml hideg csapvizet. Írd le mi történik a jéggel az edényben az elkövetkező néhány percben, miközben a keverőpálcával (hőmérővel) kevergeted a keveréket! Nagyjából félpercenként mérd meg a hőmérsékletet és jegyezd le a mért értéket! Vedd ki a jeget a szita segítségével 2 ill. 4 perc elteltével, és mérd meg a tömegét – a jeget mérés után rögtön tedd vissza a bögrébe! A mért értékeket jegyezd le! Írd le a víz állapotát az alufólia tányérban – a megfigyelést írd le szóban!
- 2) Ismételd meg az eljárást! Az alufóliatányérba tégy vizet, a vízbe a bögrét, a bögrébe 100 g jeget és 30 ml vizet, **majd tégy hozzá 2 evőkanál konyhasót!** Keverd el a keverőpálcával (hőmérővel) és félpercenként mérd meg a hőmérsékletét (a mért értékeket jegyezd le)! Vedd ki a jeget a szita segítségével 2 ill. 4 perc elteltével, és mérd meg a tömegét – a jeget mérés után rögtön tedd vissza a bögrébe! A mért értékeket jegyezd le! Írd le a víz állapotát az alufólia tányérban – a megfigyelést írd le szóban!
- 3) Készíts gyűszű, vagy a kisujjad segítségével három kicsi gyűszűt alufóliából. Az oldalfalai legyenek magasabbak! Mindegyikbe önts azonos mennyiségű, 1 ml (1 g) hideg csapvizet! Óvatosan tedd a bögrébe, ahol a sós víz és jégkeverék van (a gyűszűkbe nem szabad sós víznek jutnia!); 4 perc elteltével vedd ki az első gyűszűt, és írd le mi történt a vízzel! A másodikat 6 perc, a harmadikat 8 perc elteltével vedd ki! Írd le a megfigyelésedet és egészítsd ki a mérlegen végzett méréssel!
- 4) Írd le milyen változás volt megfigyelhető a só használatakor! Milyen következtetést vonhatsz le a sózott járdák hőmérsékletével kapcsolatban?

Amennyiben van lehetőséged rá, dokumentáld a víz állapotát az alufólián, a bögrében és a gyűszűkben fényképekkel (az okostelefonod segítségével). Amennyiben nem áll rendelkezésedre megfelelő hőmérő, amellyel a fagyáspont körüli tartományban is tudnál mérni, összpontosíts a jég mennyiségének mérésére!