

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2022/2023

Riešenia úloh okresného kola kategórie Z5

- 1 Kanva plná mlieka má hmotnosť 35 kg. Tá istá kanva s polovičným množstvom mlieka má hmotnosť 18 kg. Koľko kilogramov váži prázdna kanva?

(Libuše Hozová)

Riešenie 1:

Rozdiel hmotností 35 kg – 18 kg čiže 17 kg zodpovedá polovici mlieka bez kanvy. Všetko mlieko bez kanvy preto váži $2 \cdot 17$ kg čiže 34 kg.

Teda rozdiel 35 kg – 34 kg čiže 1 kg zodpovedá prázdnej kanve.

Prázdna kanva váži 1 kg.

Riešenie 2:

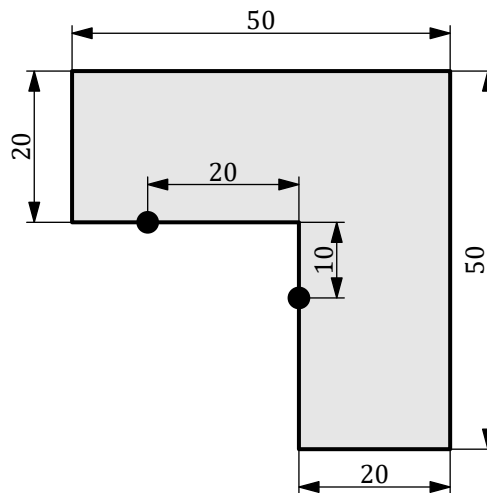
Kanva s polovičným množstvom mlieka váži 18 kg. Teda hmotnosť $2 \cdot 18$ kg čiže 36 kg zodpovedá hmotnosti všetkého mlieka a dvoch kanví. Rozdiel 36 kg – 35 kg čiže 1 kg zodpovedá prázdnej kanve.

Prázdna kanva váži 1 kg.

Pokyny:

4 body za pomocné výpočty a úvahy (napr. pri prvom riešení 2 body za hmotnosť polovičného množstva mlieka a 2 body za hmotnosť všetkého mlieka bez kanvy); 2 body za doriešenie úlohy a výsledok.

- 2 Dvaja strážcovia dohliadajú na miestnosť, ktorej tvar a rozmery sú znázornené na obrázku. Každé dve susedné steny sú navzájom kolmé, rozmery sú uvedené v metroch. Strážcovia stoja tesne pri stene v miestach označených krúžkami. Spoločne takto majú pod dohľadom celú miestnosť, pritom len na časť miestnosti môžu dohliadnuť obaja súčasne.

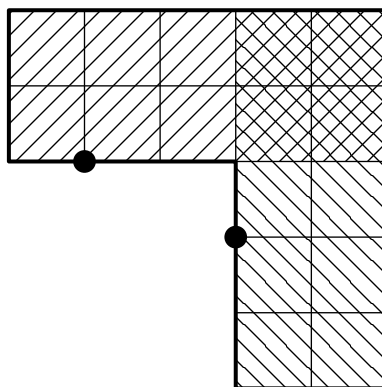


- a) Vyznačte v obrázku časť miestnosti, kam môžu dohliadnuť obaja strážcovia.
b) Koľkokrát je celá miestnosť väčšia ako časť, kam môžu dohliadnuť obaja strážcovia?

(Karel Pazourek)

Riešenie:

Celú miestnosť je možné rozdeliť na štvorce so stranou 10 metrov ako na obrázku. Časti miestnosti, ktoré vidia jednotliví strážcovia, sú vyznačené šrafovaním dvojakeho druhu. Tá časť, na ktorú vidia obaja súčasne, je teda šrafovaná dvojito:



Táto časť pozostáva zo 4 štvorcov, celá miestnosť zo 16 štvorcov. Celá miestnosť je teda 4-krát väčšia ako časť, kam môžu dohliadnuť obaja strážcovia.

Poznámka:

Celú miestnosť je možné rozdeliť na hrubšie časti podľa toho, či sú pod kontrolou niektorého alebo oboch strážcov. To sú obdĺžniky s rozmermi $30\text{ m} \times 20\text{ m}$, $20\text{ m} \times 30\text{ m}$ a štvorec $20\text{ m} \times 20\text{ m}$. Celá miestnosť zodpovedá obdĺžniku s rozmermi $80\text{ m} \times 20\text{ m}$, dvojito šrafovaná časť má rozmery $20\text{ m} \times 20\text{ m}$, čo je práve štvrtina celku.

Pokyny:

2 body za znázornenie časti videnej oboma strážcami; 2 body za pomocné delenie miestnosti; 2 body za doriešenie úlohy a výsledok.

3 Nájdite všetky čísla s nasledujúcimi vlastnosťami:

- číslo je párne,
- číslo je dvojciferné,
- súčet jeho číslic je väčší ako 6,
- číslica na mieste desiatok je aspoň o 4 väčšia ako číslica na mieste jednotiek.

(Miroslava Farkas Smitková)

Riešenie:

Párne čísla majú na mieste jednotiek párnou číslicu, t. j. 0, 2, 4, 6 alebo 8. Ak číslica na mieste desiatok má byť aspoň o 4 väčšia ako číslica na mieste jednotiek, tak nemôže byť na mieste jednotiek ani 6 ani 8 (po pripočítaní 4 by sme dostali číslo väčšie ako 9). Na mieste jednotiek môže byť len 0, 2 alebo 4.

- Ak je na mieste jednotiek číslica 0, musí byť podľa štvrtej podmienky na mieste desiatok číslica väčšia alebo rovnaká ako 4. Aby platila podmienka o súčte číslic, musí byť na mieste desiatok aspoň číslica 7. Vyhovujúce čísla sú

90, 80, 70.

- Ak je na mieste jednotiek číslica 2, musí byť podľa štvrtej podmienky na mieste desiatok číslica väčšia alebo rovnaká ako 6. Tým je splnená aj tretia podmienka o súčte číslic. Vyhovujúce čísla sú

92, 82, 72, 62.

- Ak je na mieste jednotiek číslica 4, musí byť podľa štvrtej podmienky na mieste desiatok číslica väčšia alebo rovnaká ako 8. Tým je splnená aj tretia podmienka o súčte číslic. Vyhovujúce čísla sú

94, 84.

Riešením úlohy je vyššie uvedených 9 čísel.

Pokyny:

2 body za obmedzenie číslic na mieste jednotiek; 2 body za ďalšie čiastkové pozorovania; 2 body za úplnosť odpovede.

Pri každej úlohe sa za akékoľvek úplné riešenie prideluje 6 bodov.

Ak žiak rieši úlohu postupom, ktorý sa odlišuje od všetkých tu uvedených riešení, ale úlohu nevyrieši úplne, bodovacia schéma sa zvolí tak, aby čo najlepšie korešpondovala s návrhom hodnotenia tu uvedeným.

Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 9 alebo viac bodov.

Opäť upozorňujeme na možnosť zverejniť výsledkovú listinu okresného kola na oficiálnej stránke Slovenskej komisie MO <https://skmo.sk>. Stačí poslať výsledkovú listinu e-mailom na adresu skmo@skmo.sk v takom formáte, v akom si ju želáte zverejniť na internete.

Prosíme, aby ste dodržali označenie poradia podľa nasledovného príkladu: Ak práve 5 žiakov dosiahne viac bodov ako žiak X. Y. a práve traja žiaci (vrátane X. Y.) dosiahnu rovnako veľa bodov ako X. Y., tak žiakovi X. Y. patrí v poradí 6.-8. miesto, prípadne skrátene len 6. miesto. Analogickým postupom sa určuje umiestnenie všetkých žiakov.

Vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže