

---

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2022/2023

## Zadania úloh školského kola kategórie B (maďarská verzia)

---

- 1 Jelölje  $M$  a  $3 \times 3$ -as táblázat összes lehetséges kitöltésének számát az egymástól különböző 1-től 9-ig terjedő számokkal. Továbbá, jelölje  $D$  ezek közül azoknak a kitöltéseknek a számát, amelyekben valamelyik sorban, vagy valamelyik oszlopban a számok *szorzata* a 10-nek többszöröse. Határozd meg a  $D : M$  arányt!
- 2 Adott az  $ABCD$  négyzet. A  $CB$ -vel ellentétes félegyenesre illeszkedik az az  $E$  pont, amelyre  $|BC| = |CE|$ . Jelölje  $F$  a  $BC$  oldal felezőpontját, valamint  $X$  az  $E$  pont merőleges vetületét az  $AF$  egyenesre. Bizonyítsd be, hogy a  $C$  pont az  $AXE$  háromszög beírt körének középpontja!
- 3 Legyenek  $a$  és  $b$  olyan pozitív egész számok, amelyekre  $a^2 - b^2$  egy 2-hatvány. Bizonyítsd be, hogy ekkor az  $a^2 + b^2$  szám két 2-hatvány összege! (2-hatvány alatt a  $2^0, 2^1, 2^2, \dots$ , stb. számokat értjük.)

---

Školské kolo MO kategórie B sa koná v **utorok 24. januára 2023 od 8:30 do 12:30**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovoľené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 18:30 dostupné na internetových adresách [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk) a [skmo.sk](http://skmo.sk).

---

Vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže

---