
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2022/2023

Zadania úloh domáceho kola kategórie C

1 Koľko z 2022 zlomkov

$$\frac{0}{2022}, \frac{1}{2021}, \frac{2}{2020}, \dots, \frac{2021}{1}$$

má celočíselnú hodnotu?

(Jaroslav Zhouf)

2 Žiačka má z päťminútoviek priemer známok presne 1,12. Dokážte, že z nich má aspoň 22 jednotiek. (Možné známky sú 1, 2, 3, 4, 5.)

(Josef Tkadlec)

3 V trojuholníku ABC označme M stred strany AB , N stred strany AC a P stred úsečky MN . Dokážte, že ak $|MN| = |AP|$, tak $BP \perp CP$.

(Patrik Bak, Eliška Macáková)

4 Hráme nasledujúcu hru. Na začiatku je na stole k kôpok, na ktorých je postupne 1, 2, 3, ..., k žetónov. V každom ťahu vyberieme ľubovoľné dve kôpky a odstránime z oboch rovnaký počet žetónov. Naším cieľom je, aby na stole zostal jediný žetón. Môže sa nám to podariť, ak

- a) $k = 10$,
- b) $k = 11$?

(Radek Horenský)

5 Nech $ABCDE$ je pravidelný päťuholník. Priesečník uhlopriečky AC s osou strany AB označme F . Dokážte, že trojuholníky ABC a CDF majú rovnaký obsah.

(David Hruška)

6 Určte najväčšie prirodzené číslo n také, že $n \geq 10$ a pre ľubovoľných 10 rôznych čísel z množiny $\{1, 2, \dots, n\}$ platí nasledujúce tvrdenie: Ak nie je ani jedno z týchto 10 čísel prvočíslo, tak je súčet niektorých dvoch z nich prvočíslo.

(Ján Mazák)

Termín odovzdania riešení: **16. 1. 2023**
