

---

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2022/2023

## Zadania úloh domáceho kola kategórie Z8

---

1 Sú dané tri navzájom rôzne čísla. Priemer priemeru dvoch menších čísel a priemeru dvoch väčších čísel je rovný priemeru všetkých troch čísel. Priemer najmenšieho a najväčšieho čísla je 2022. Určte súčet týchto troch čísel.

(Karel Pazourek)

2 Kosoštvorec  $ABCD$  má stranu dĺžky 6 cm a výšku 4 cm. Bod  $E$  je stred strany  $AD$ , bod  $G$  je stred strany  $BC$ , bod  $F$  je priesečník úsečiek  $AG$  a  $BE$ , bod  $H$  je priesečník úsečiek  $CE$  a  $DG$ . Určte obsah štvoruholníka  $EFGH$ .

(Karel Pazourek)

3 Pre postupnosť čísel začínajúcu sa

1, 3, 4, 7, 11, 18, ...

platí, že každé číslo počnúc tretím je súčtom predchádzajúcich dvoch. Akou číslicou sa končí číslo na 2023. mieste tejto postupnosti?

(Ján Mazák)

4 Cyril na mape s mierkou 1 : 50 000 vyznačil štvorcový pozemok a vypočítal si, že jeho strana v skutočnosti zodpovedá 1 km. Mapu zmenšil na kopírke tak, že vyznačený štvorec mal obsah o 1,44 cm<sup>2</sup> menší ako na pôvodnej mape. Aka bola mierka mapy po zmenšení?

(Michaela Petrová)

5 Petra mala na tabuli napísané všetky prirodzené čísla od 1 do 9, každé práve raz. Dve z týchto čísel sčítala, zmazala a výsledný súčet napísala namiesto zmazaných sčítancov. Mala tak teraz napísaných osem čísel, ktoré sa jej podarilo rozdeliť do dvoch skupín s rovnakým súčinom. Určte, aký najväčší mohol byť tento súčin.

(Erika Novotná)

6 Je daný obdĺžnik  $ABCD$  a body  $E, F$  tak, že trojuholníky  $BEC$  a  $CFD$  sú rovnostranné a každý z nich má s obdĺžnikom  $ABCD$  spoločnú iba stranu. Zdôvodnite, že aj trojuholník  $AEF$  je rovnostranný.

(Jaroslav Švrček)

---

Termíny odovzdania riešení:

- úlohy 1, 2, 3: **16. 1. 2023**
  - úlohy 4, 5, 6: **3. 3. 2023**
-