

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2022/2023

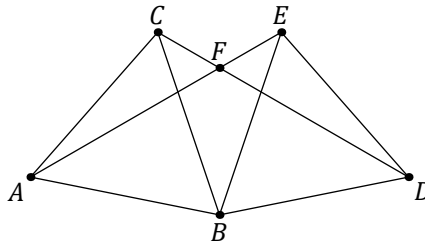
Zadania úloh domáceho kola kategórie Z9

1 Aritmetická postupnosť je taká postupnosť čísel, v ktorej je rozdiel každého čísla a čísla jemu predchádzajúceho stále rovnaký; tomuto rozdielu sa hovorí *diferencia*. (Napríklad $(2, 8, 14, 20, 26, 32)$ je aritmetická postupnosť s diferenciou 6.)

Bolek a Lolek mali každý svoju aritmetickú postupnosť. Aj Bolkova aj Lolkova postupnosť sa začínala číslom 2023 a končila sa číslom 3023. Tieto dve postupnosti mali 26 spoločných čísel. Pomer Bolkovej a Lolkovej diferencie bol $5 : 2$. Určte rozdiel Bolkovej a Lolkovej diferencie.

(Erika Novotná)

2 Sú dané dva zhodné rovnostranné trojuholníky ABC a BDE tak, že veľkosť uhla ABD je väčšia ako 120° a menšia ako 180° a body C, E ležia v rovnakej polrovine vymedzenej priamkou AD . Priesečník CD a AE je označený F . Určte veľkosť uhla AFD .



(Iveta Jančígová)

3 Traja kúzelníci kúzlia s číslami, každý však vie len jedno kúzlo:

- Prvý kúzelník vie od ľubovoľného čísla odčítať číslo jedna.
- Druhý kúzelník vie ľubovoľné číslo vydeliť číslom dva.
- Tretí kúzelník vie ľubovoľné číslo vynásobiť číslom tri.

Kúzelníci sa pri čarovaní môžu ľubovoľne striedať, každý však môže svoje kúzlo počas jedného vystúpenia použiť najviac päťkrát a žiadny medzivýsledok nesmie byť väčší ako 10. Pri jednom vystúpení mali z päťice čísel $(3, 8, 9, 2, 4)$ vykúzliť päťicu trojok, pri inom vystúpení mali z tej istej päťice čísel vykúzliť päťicu pätiok. Ako si mohli s problémom poradiť? Nájdite možné riešenie alebo vysvetlite, prečo to možné nie je.

(Erika Novotná)

4 Nájdite najmenšie kladné celé čísla a a b , pre ktoré platí

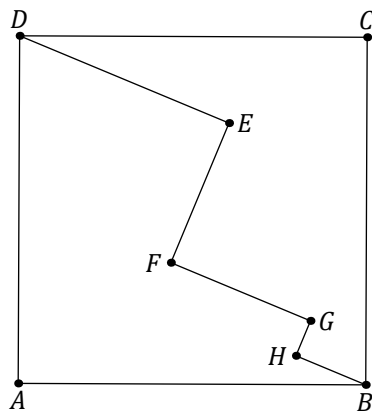
$$7a^3 = 11b^5.$$

(Alžbeta Bohiniková)

5 Na snovom trhovisku ponúkla Sfinga cestovateľovi za štyri sny sedem ilúzií, dva šlofiky a jednu nočnú moru. Inému cestovateľovi ponúkla za sedem snov štyri ilúzie, štyri šlofiky a dve nočné mory. Sfinga je pri svojich ponukách spravodlivá a vymeriava vždy rovnako. Koľko ilúzií stojí jeden sen?

(Karel Pazourek)

6 Vrcholy štvorca $ABCD$ spája lomená čiara $DEFGHB$. Uhly DEF, EFG, FGH, GHB sú pravé a úsečky DE, EF, FG, GH, HB merajú postupne 6 cm, 4 cm, 4 cm, 1 cm, 2 cm. Určte obsah štvorca $ABCD$.



(Monika Dillingerová)

Termíny odovzdania riešení:

- úlohy 1, 2, 3: **16. 11. 2022**
 - úlohy 4, 5, 6: **9. 1. 2023**
-