64. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2022/2023
Kategória F
Úlohy domáceho kola - riešenie

1) Kolóna aut

Riešenie:

a) Dĺžka kolóny je $D_0 = N(L + d) - d = 4040\ \mathrm{m} \approx 4000\ \mathrm{m}$ 1 bod

b) Všetky vozidlá začnú brzdiť v tom istom okamihu, a všetky vozidlá prejdú $s_1 = 30{,}0\ \mathrm{m}$, než sa zastavia, preto sa dĺžka kolóny nezmení a bude $D_\mathrm{b} = \mathrm{D}_0 = 4040\ \mathrm{m}$ 1 bod

c) Posledné vozidlo sa rozbieha $t_\mathrm{p} = (N - 1)t_\mathrm{r} = 120\ \mathrm{s}$ po rozbehnutí prvého vozidla. Prvé vozidlo na vzdialenosti s_p za čas t_b dosiahne rýchlosť v_0 a ďalej sa pohybuje touto rýchlosťou. Za čas t_p od svojho štartu preje vzdialenosť

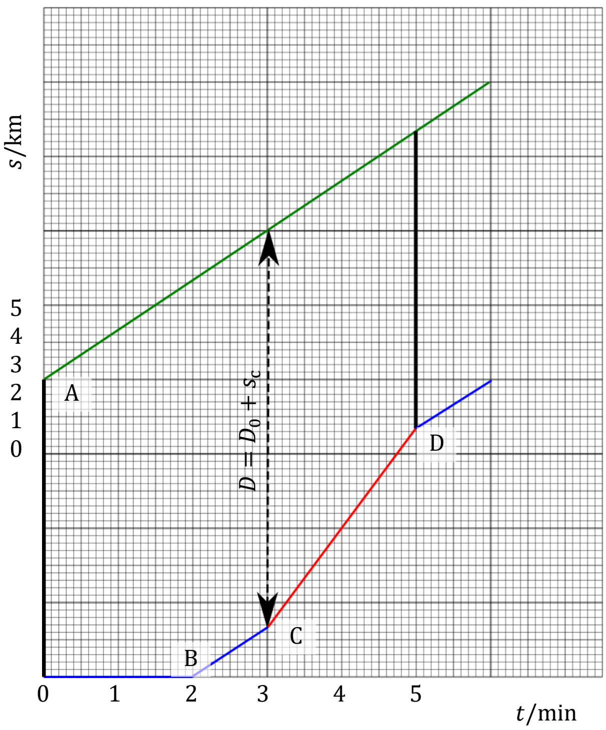
$$s_\mathrm{c} = s_\mathrm{b} + v_0\left(t_\mathrm{p} - t_\mathrm{b}\right) = 30\ \mathrm{m} + \left(40\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right)(117\ \mathrm{s}) = 1330\ \mathrm{m}\,.$$

Dĺžka kolóny je preto $D_\mathrm{c} = D_0 + s_\mathrm{c} = 5370\ \mathrm{m}.$ 3 body

d) Posledné vozidlo musí prejsť za čas $t_\mathrm{d} = 2\ \mathrm{min} = 120\ \mathrm{s}$ vzdialenosť, ktorú prejde prvé vozidlo, ale aj vzdialenosť s_c. Potrebná rovnomerná rýchlosť spĺňa $v_\mathrm{N} t_\mathrm{d} = v_0 t_\mathrm{d} + s_\mathrm{c}$, teda

$$v_\mathrm{N} = v_0 + \frac{s_\mathrm{c}}{t_\mathrm{d}} = 40{,}0\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} + \frac{1330\ \mathrm{m}}{120\ \mathrm{s}} = 40{,}0\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} + 39{,}9\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 79{,}9\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$ 2 body

e) Graf je znázornený na obrázku RF–1
(Správne označenie osí, vrátane spôsobu označenia jednotiek (1 bod), správne zanesenie prvého vozidla (0,5 boda), správne zanesenie posledného vozidla vrátane udalostí A,B,C,D (1,5 boda))
A – rozbehnutie prvého vozidla
B – rozbehnutie posledného vozidla
C – zrýchlenie posledného vozidla na v_N,
D – prechod posledného vozidla na rýchlosť v_0 po dosiahnutí predpísaných rozostupov.
2 body



Obr. RF–1

Poznámka: V reálnom živote prvé vozidlo musí často pribrzdiť a potom sa znova rozbehnúť. Z toho nastáva paradoxná situácia, keď vozidlo na čele nikdy neprekročí rýchlosť 40,0 km/h, a napriek tomu, na konci kolóny majú dojem, že nevedia kolónu dostihnúť, ani keď idú maximálnou možnou rýchlosťou, čo vozidlo technicky umožňuje.

2) ISS a Slnko

Riešenie:

a) Na obrázku (vytlačenom na formát A4) je priemer Slnka $d = 15{,}6$ cm. Z podobnosti trojuholníkov môžeme písať $\frac{D}{L} = \frac{d}{l}$, odkiaľ $l = d\frac{L}{D} = (15{,}5\ \text{cm})\frac{150\ \text{mil.km}}{1{,}39\ \text{mil.km}} = 16{,}7\ \text{m}$. 2 body

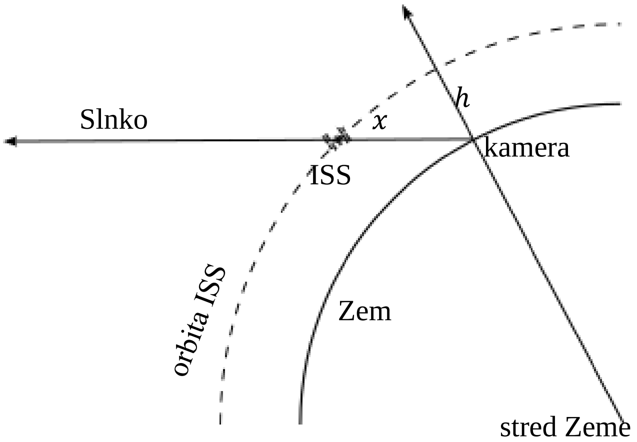
Poznámka: súťažiaci môže vytlačiť obrázok v inej mierke, preto hodnota l môže byť u neho iná.

b) Na 10-krát zväčšenom obrázku možno určiť dĺžku stanice $10 \times H_0 \approx 2{,}2$ cm. Pre pomer dĺžky H vesmírnej stanice ISS a jej vzdialenosti x od fotoaparátu platí

$\frac{H}{x} = \frac{H_0}{l}$, odkiaľ $x = H\frac{l}{H_0} = (109\ \text{m})\frac{16{,}7\ \text{m}}{2{,}2\ \text{mm}} = 830\ \text{km}$. 2 body

Výsledok by bol $h = 420$ km, keby bola kamera na spojnici Slnka a stredu Zeme. Keďže pozorovateľ (kamera) je mimo túto spojnicu a z bodu K pozerá smerom ku Slnku, je vzdialenosť x väčšia ako h, obr. RF–1.

2 body



Obr. RF-2

c) Na obr. F–2 vidíme 27 záberov stanice. 26 po sebe idúcich záberov vymedzí N=25 úsekov, ktorým zodpovedá doba preletu

$t = N\Delta t \approx 1{,}0$ s.

Vzdialenosť prvého a 26-ho obrazu ISS na obr. F–2 $s_0 = 14{,}3$ cm.

ISS preletela dráhu s vo vzdialenosti x od kamery

$s = x\,\frac{s_0}{l} = (830\ \text{km})\frac{14{,}3\ \text{cm}}{16{,}7\ \text{m}} = 7{,}1\ \text{km}$.

Odhadovaná rýchlosti ISS je potom $v = \frac{s}{t} = \frac{7{,}1\ \text{km}}{1{,}0\ \ \text{s}} = 7{,}1\ \text{km/s}$. 3 body

Poznámka: Skutočná rýchlosť ISS je $v = 7{,}67\ \text{km/s}$ (NASA). V skutočnosti sa ISS nemusela pohybovať kolmo na smer pozorovania (záberu), a fotografia zaznamenala len priemet prejdenej vzdialenosti do roviny pozorovania. Skutočná vzdialenosť ale nemôže potom byť menšia, ako nami odhadnutá, ktorá je vo veľmi dobrej zhode s údajmi uvádzanými NASA.

d) Na fotografii vidíme tzv. slnečné škvrny. Slnečná škvrna je miesto, kde povrch Slnka je chladnejší, než okolie cca o 2000 °C (stále má teplotu okolo 3800°C). Teplejšie okolie (5800 °C) svieti viac, než chladnejšia oblasť (ktorá aj tak stále svieti veľmi intenzívne), preto sa zdá, že chladnejšia oblasť je tmavá. 1 bod

Pozri napr. https://www.astro.cz/apod/ap210702.html

3) Neznáma kvapalina

Riešenie:

a) Akýkoľvek fyzikálne prijateľný argument, z ktorého vyplynie, že hustota valčeka v kockách v pohári 1 je väčšia, ako hustota ľadu.

Valček v pohári 1 má väčšiu hustotu ako voda 1 bod

Valček v pohári 2 má menšiu hustotu ako voda 2 body

Neznáma kvapalina má menšiu hustotu ako ako voda 1 bod

Jedným z jednoduchších argumentov je napr.: kocka v pohári 1 sa vznáša vo vode, preto priemerná hustota kocky s valčekom sa musí rovnať hustote vody ρ_v. Z toho vyplýva, že hustota valčeka ρ_1 musí byť väčšia, ako hustota ľadu, aj vody.

Obdobne, priemerná hustota kocky ľadu s valčekom musí byť rovný hustote neznámej kvapaliny. Keby hustota neznámej kvapaliny bola rovnaká ako hustota ľadu, valček by musel mať tiež hustotu ľadu, a žiadna orientácia by nebola stabilná. Ak by mala neznáma kvapalina ρ_n väčšiu hustotu ako ľad, valček by musel mať väčšiu hustotu ako kvapalina (inak by sa nevznášal s kockou). Orientácia by ale musela byť podobná, akú vidíme v pohári 1. Z toho vyplýva, že kvapalina má menšiu hustotu ako ľad a hustota ρ_2 valčeka je menšia, ako hustota ρ_n neznámej kvapaliny.

b) V pohári 1 klesne na dno, lebo množstvo ľadu sa zmenší, tým sa priemerná hustota kocky ľadu s valčekom sa zväčší. 1 body

Množstvo ľadu sa zmenší, tým sa priemerná hustota kocky ľadu s valčekom tiež zmenší a kocka ľadu s valčekom vypláva na povrch. 1 body

c) Bolo povedané, že hustota neznámej kvapaliny je menšia ako hustota ľadu, je teda menšia ako hustota vody, preto kvapka vody klesne na dno pohára vody 2. 1 body

d) Správny popis trojice javov (po jednom bode), najviac 3 body

4) Napúšťanie vody

Riešenie:

a) Objem napustenej teplej vody $V_1 = O_1 T_1 = 8{,}0\ \text{L}$ a hmotnosť napustenej teplej vody $m_1 = \rho V_1 = 8{,}0\ \text{kg}$.

Objem napustenej studenej vody $V_2 = O_2 T_2 = 6{,}0\ \text{L}$

a hmotnosť napustenej studenej vody $m_2 = \rho V_2 = 6{,}0\ \text{kg}$.

Označme výslednú teplotu T_a, potom platí:

$m_1 c(t_1 - t_a) = m_2 c(t_a - t_2) \;\Rightarrow\; t_a = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2} = 39{,}0\ °\text{C}.$ 4 body

b) Výsledná teplota bude $t_b = t_a + \Delta t = 50{,}0\ °\text{C}$.

Kalorimetrická rovnica

$(m_1 + m_2)c\Delta t = m_3 c(t_1 - t_b) \;\Rightarrow\; m_3 = (m_1 + m_2)\frac{\Delta t}{t_1 - t_b} = 15{,}4\ \text{kg},$ 2 body

kde m_3 je hmotnosť napustenej teplej vody.

Doba napúšťania $T_b = \frac{m_3}{O_1} = 1{,}75\ \text{min} = 7\ \text{min}\ 42\ \text{s}.$ 1 bod

c) Ak sa voda napúšťa bez prerušenia z oboch kohútikov a teplota vody sa ustáli, potom výsledná teplota je taká, aká by bola, keby sme do nádoby napúšťali teplú aj studenú vodu rovnakú dobu (napr. po dobu $T_c = 1\ \text{min}$).

$t_\text{c} = \frac{\rho O_1 T_c t_1 + \rho O_2 T_c t_2}{\rho O_1 T_c + \rho O_2 T_c} = \frac{O_1 t_1 + O_2 t_2}{O_1 + O_2} = 30{,}6\ °\text{C}.$ 3 body

5) Nebo plné satelitov

Riešenie:

a) Objem medzi guľou s polomerom R_2 a s polomerom R_1 je $V = \frac{4}{3}\pi(R_2^3 - R_1^3)$.

Tento objem predelíme s počtom N_a aktívnych satelitov. 2 body

Pomer $\tilde{V} = V/N_\mathrm{a}$ je najväčší vo vrstve 5 (500-600 km). 1 bod

$\tilde{V} \approx 27\,976\,000$ km^3. 1 bod

b) Tu existuje viac prístupov. Hodnotíme fyzikálnu korektnosť navrhnutej metódy. Napríklad, jeden z jednoduchších prístupov predpokladá, že $\ell^3 \approx \tilde{V}$, teda $\ell \approx \sqrt[3]{\tilde{V}}$, ale môže byť tiež $\frac{4}{3}\pi\ell^3 \approx \tilde{V} \Rightarrow$

$\ell \approx \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}\tilde{V}} \approx 0{,}62\sqrt[3]{\tilde{V}}$ 2 body

Táto vzdialenosť $\ell \approx 304$ km (druhý spôsob $\ell \approx 188$ km). 1 bod

c) Počet všetkých aktívnych satelitov $N_\mathrm{A} = 4852$, kým počet všetkých (vrátane aktívnych a neaktívnych) $N = 7389$, teda koeficient úmery je v každej vrstve $k = \frac{N}{N_\mathrm{A}} = \frac{7389}{4852} = 1{,}523$.

Počet N_an všetkých satelitov v jednej vrstve je úmerný počtu N_a aktívnych satelitov v tejto vrstve, teda $N_\mathrm{an} \approx kN_\mathrm{a}$. Objem $\bar{\bar{V}} = \frac{V}{N_\mathrm{an}} = \frac{\tilde{V}}{k}$, preto $\ell_\mathrm{an} \approx \frac{\ell}{\sqrt[3]{k}}$. 1 bod

Všetky satelity (aktívne a neaktívne) sú najhustejšie v tej istej vrstve, v ktorej sú najhustejšie aktívne satelity. 1 bod

$\ell_\mathrm{an} \approx 264$ km (resp. druhou metódou 164 km) 1 bod

R_1/km	počet vo vrstve od R_1 do R_2	objem $\tilde{V}$ na jeden aktívny satelit/km^3	Vzdialenosť ℓ/km	objem $\bar{\bar{V}}$ na jeden aktívny alebo neaktívny satelit/km^3	Vzdialenosť ℓ_an/km
150	5	5 396 253 000	1 754	3 543 459 000	1 525
200	189	292 093 000	663	191 803 000	577
300	191	297 822 000	668	195 565 000	580
400	579	101 187 000	466	66 445 000	405
500	2156	27 976 000	304	18 370 000	264
600	281	220 889 000	604	145 047 000	525
700	94	679 242 000	879	446 025 000	764
800	50	1 313 055 000	1 095	862 220 000	952
900	15	4 498 796 000	1 651	2 954 142 000	1 435
1000	592	28 243 172 000	3 045	18 545 929 000	2 647
10000	38	1 538 891 692 000	11 545	1 010 515 968 000	10 035
20000	91	1 371 132 188 000	11 109	900 356 391 000	9 656
30000	569	379 966 459 000	7 243	249 505 652 000	6 295

Tab. RF–1- Pre kontrolu výsledkov pre rôzne vrstvy

6) Zrkadlá

Riešenie:

a) Správne prekreslenie obrázku a vhodná voľba mierky pre riešenie 1 bod

Správne zostrojenie obrazov X_1, X_2, X_3 (1 bod za každý správne zostrojený obraz), maximálne 3 body

Korektný a úplný popis konštrukcie bodov (Spojnica predmetu a jeho obrazu je kolmá na príslušné zrkadlo. Vzdialenosť obrazu od zrkadla sa rovná vzdialenosti predmetu od zrkadla) 2 body

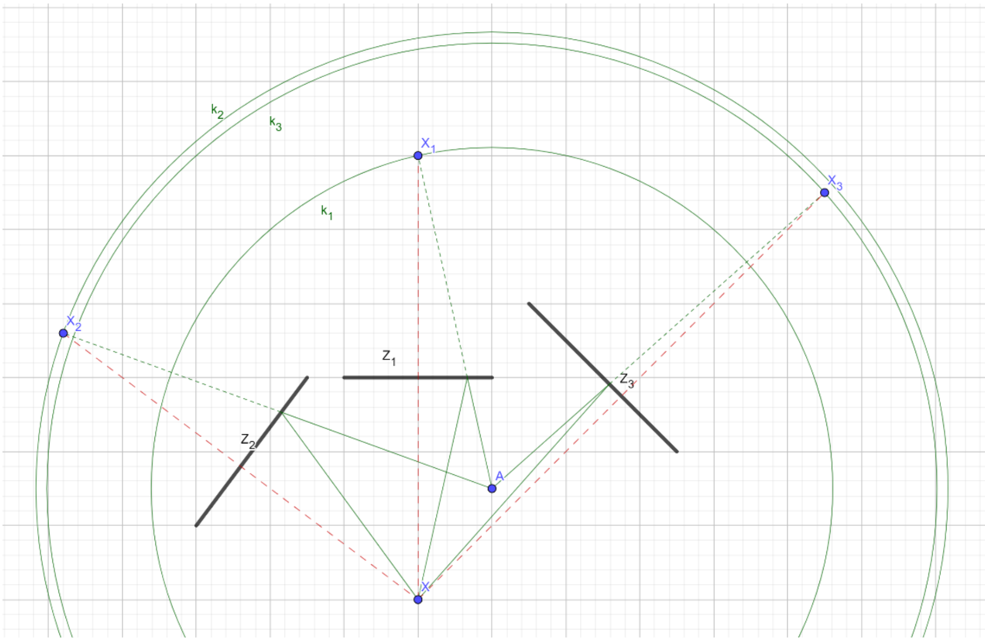
(*len čiastočne korektný alebo čiastočne úplný popis* „-1 bod“, bez popisu „-2 body“)

b) Rovinné zrkadlá nezväčšujú ani nezmenšujú obraz, o veľkosti rozhoduje vzdialenosť medzi obrazom a Adamom. 1 bod

Najmenší je pre Adama obraz neznámej osoby, ktorý je od neho najďalej, A ako najväčší vidí, ktorý je k nemu najbližšie 2 body

Najmenší je pre neho obraz, ktorý vidí v zrkadle Z_2 0,5 boda

Najväčší je pre neho obraz, ktorý vidí v zrkadle Z_1 0,5 boda



Obr. RF–3

7) Zostroj kalibrovaný teplomer – *experimentálna úloha*

Riešenie:

Podľa úrovne spracovania 0 až 10 bodov

64. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy domáceho kola kategórie F*

Autori návrhov úloh: Boris Lacsný (1, 2, 4, 6, 7), Aba Teleki (3, 5)
Recenzia: Ivo Čáp
Preklad textu úloh do maďarského jazyka: Aba Teleki
Redakcia: Ivo Čáp
Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2022