
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2022/2023

Zadania úloh 1. časti celoštátneho kola kategórie A

1 Alíz és Bohuš egy játékot játszik, amelynek játéktáblája egy körvonal mentén elhelyezkedő 72 mezőből áll. A játék elején Bohuš néhány mezőre ráhelyez egy-egy zsetont. Minden körben először Alíz választ ki egy üres mezőt, majd ezután Bohušnak egy zsetont kell áthelyeznie oda valamely szomszédos mezőről. Ha ez nem sikerül neki, akkor a játék véget ér, ellenkező esetben a játék újabb körrel folytatódik. Határozd meg a zsetonok lehető legkisebb számát ahhoz, hogy Bohuš be tudja biztosítani azt, hogy a játék legalább 2023 körből álljon.

2 Legyen n egy egész szám, amelyre $n \geq 3$, az a_1, a_2, \dots, a_n számok pedig jelöljék egy tetszőleges n -szög oldalainak hosszát. Bizonyítsd be az

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n > \sqrt{2(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)}$$

egyenlőtlenséget!

3 A hegyesszögű ABC háromszögben jelölje H a magasságpontot, I pedig a beírt kör középpontját. Legyen D az I pont BC egyenesre vetített merőleges vetülete, és E az A pont képe az I középpont szerinti középpontos tükrözésben. Továbbá, legyen F a H pont merőleges vetülete az ED egyenesre. Bizonyítsd be, hogy a B, H, F és C pontok egy körvonalra illeszkednek.

1. časť celoštátneho kola MO kategórie A sa koná v **pondelok 20. marca 2023** od **8:30** do **13:00**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4,5 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 7 bodov.

Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

Vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
