

---

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2022/2023

## Zadania úloh 1. časti celoštátneho kola kategórie A

---

1 Alica a Bohuš hrajú hru na pláne so 72 políčkami rozmiestnenými po obvode kruhu. Na začiatku Bohuš položí na niektoré políčka po jednom žetóne. V každom kole najskôr Alica zvolí jedno prázdne políčko a Bohuš potom naň musí posunúť žetón z jedného susedného políčka. Ak to nedokáže, hra končí, inak nasleduje ďalšie kolo. Určte najmenší počet žetónov, pre ktorý Bohuš vie zabezpečiť, že v hre prebehne aspoň 2023 kôl.

2 Nech  $n$  je celé číslo, kde  $n \geq 3$ , a  $a_1, a_2, \dots, a_n$  sú dĺžky strán ľubovoľného  $n$ -uholníka. Dokážte nerovnosť

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n > \sqrt{2(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)}.$$

3 V ostrouhlom trojuholníku  $ABC$  označme  $H$  priesečník jeho výšok a  $I$  stred kružnice do neho vpísanej. Nech  $D$  je kolmým priemetom bodu  $I$  na priamku  $BC$  a  $E$  je obrazom bodu  $A$  v súmerlosti so stredom  $I$ . Ďalej nech  $F$  je kolmým priemetom bodu  $H$  na priamku  $ED$ . Dokážte, že body  $B, H, F$  a  $C$  ležia na jednej kružnici.

---

1. časť celoštátneho kola MO kategórie A sa koná v **pondelok 20. marca 2023** od **8:30** do **13:00**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4,5 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 7 bodov.

Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

---

Vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže

---