

64. ročník Fyzikálnej olympiády

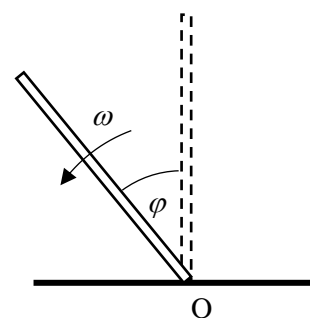
v školskom roku 2022/2023

Katégoria A

Celoštátne kolo – text teoretických úloh

1) Pád tyče IC

Na vodorovnej podložke stojí v zvislom smere homogénna tenká tyč s hmotnosťou $m = 200$ g a dĺžkou $l = 30$ cm. Pri vychýlení tyče zo zvislej polohy jej nepatrným otočením okolo jej dolného konca O začne tyč padať (obr. A–1).



Obr. A–1

- Zakreslite do obrázku so šikmou polohou tyče vektory síl pôsobiacich na tyč.
- Určte uhlovú rýchlosť ω a uhlové zrýchlenie ε tyče ako funkcie uhlu φ odchýlky tyče od zvislého smeru, kým dolný koniec tyče neprekľzne. Určte hodnoty ω_0 a ε_0 pre uhol $\varphi_0 = 30^\circ$.
- Určte vodorovnú F_t a zvislú F_n zložku sily, ktorou pôsobí podložka na tyč za predpokladu, že dolný koniec tyče na podložke neprekľzne. Určte hodnoty F_{t0} a F_{n0} pre uhol $\varphi_0 = 30^\circ$.
- Na prvej podložke sa dolný koniec tyče prekľzne, keď uhol sklonu dosiahne hodnotu $\varphi_1 = 40^\circ$, na druhej podložke pri uhle sklonu $\varphi_2 = 52^\circ$. Určte faktor trenia medzi tyčou a podložkou v oboch prípadoch a uveďte, v ktorom smere sa dolný koniec tyče prešmykne.

Moment zotrvačnosti homogénnej tyče vzhľadom na os kolmú na tyč a prechádzajúcu jej hmotným stredom $J_0 = \frac{1}{12}ml^2$, kde m je hmotnosť a l dĺžka tyče, $g = 9,81$ m·s⁻².

2) Tlak vo vnútri Zeme

Vieme, že smerom do hĺbky Zeme rastie teplota a tlak. Pokúsme sa odhadnúť tlak v strede Zeme. Pre jednoduchosť použite jednoduchý model homogénnej gule s hmotnosťou $M = 6,0 \times 10^{24}$ kg a polomerom $R = 6,4 \times 10^6$ m.

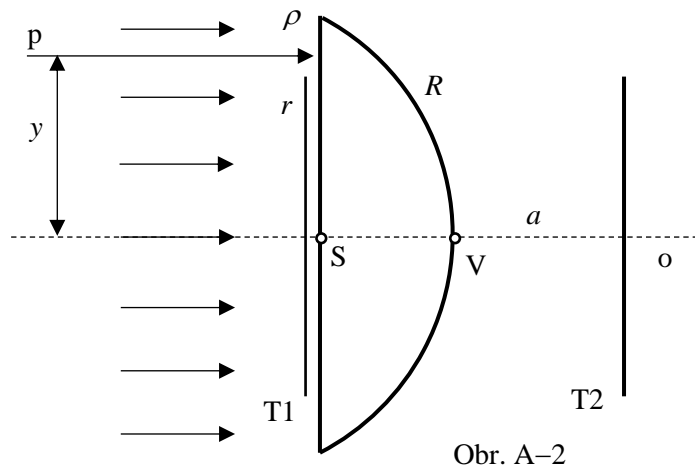
- Určte intenzitu E_1 gravitačného poľa vo vzdialenosti $r_1 = R/2$ od stredu gule.
- Určte tlak p_1 vo vzdialenosti r_1 od stredu gule a p_s v strede gule.

Newtonova gravitačná konštanta $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻², atmosférický tlak $p_0 \approx 100$ kPa.

Pozn.: Rotáciu Zeme neberte do úvahy.

3) Optika

Na optickej osi o sa nachádza šošovka tvaru guľového odseku (vrchlíka) gule s polomerom R zo skla s indexom lomu n , ďalej kruhová clona T1 s polomerom r a tienidlo T2, obr. A-2. Kruhová podstava odseku má polomer $\rho < R$. Na nezatienené medzikružie šošovky dopadá kolmo svetlo, ktoré po prechode cez šošovku dopadá na tienidlo T2.



- a) Uvažujte lúč p dopadajúci na šošovku vo vzdialenosti y od osi. Prechod lúča cez šošovku znázornite v obrázku.

Určte vzdialenosť a_0 od vrcholu šošovky, v ktorej prechádzajúci lúč pretína optickú os, ako funkciu vzdialenosti y .

Pre hodnoty $R = 25,0$ mm, $\rho = 20,0$ mm, $r = 16,0$ mm a $n = 1,53$ určte:

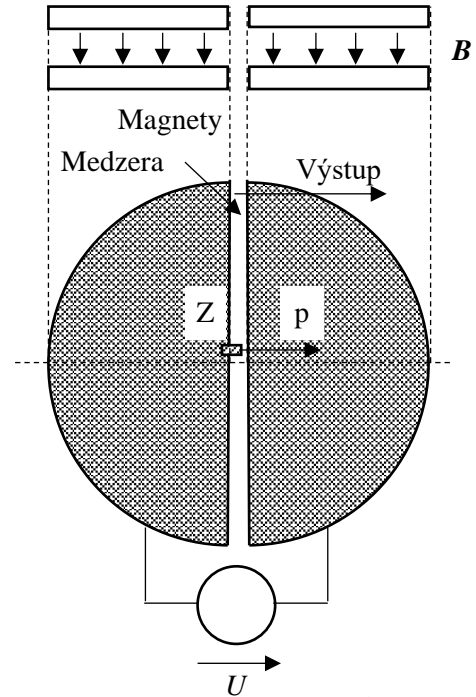
- b) rozsah $d = a_{0 \max} - a_{0 \min}$ hodnôt vzdialenosti a_0 pre svetlo prechádzajúce cez šošovku,
c) tvar a rozmery svetelnej stopy, ak umiestnime tienidlo T2 do vzdialenosti $a = 5,0$ mm od vrcholu V šošovky.

4) Rádioaktivita

V lekárskej gama–diagnostike sa využívajú rôzne rádiofarmaka, rádioaktívne látky, ktoré sa vpravajú do tela a potom monitorujú gama kamerou. Jedným z rádiofarmák je izotop india $^{111}_{49}\text{In}$. Vyrába sa ožarovaním kadmia $^{112}_{48}\text{Cd}$ protónovým zväzkom z cyklotrónu.

- a) Napíšte rovnicu reakcie, pri ktorej vzniká uvedený izotop india ^{111}In v dôsledku zachytenia protónu jadrom kadmia ^{112}Cd a uveďte, aké sú vedľajšie produkty reakcie.

Na obr. A–3 je znázornená principiálna schéma cyklotrónu. Tvoria ho dva páry elektricky vodivých polkruhov magnetov, medzi ktorými je homogénne magnetické pole s indukciou $B = 0,30\text{ T}$ (horná časť obr. A–3). Polkruhy magnetov (duanty) sú oddelené medzerou, v ktorej je elektrické pole vytvorené zdrojom striedavého elektrického napätia U . Blízko stredu je zdroj Z pomalých protónov, ktoré vnikajú do magnetického poľa kolmo na magnetické pole a na medzeru. Pohyb protónov v magnetickom poli je rovnomerný a zakrivený, pri každom prechode medzerou sú elektrickým poľom urýchlené. Po dosiahnutí obvodu magnetov opúšťajú urýchlené protóny cyklotrón.



Obr. A–3

- b) Určte frekvenciu f zdroja napätia, aby mohlo dôjsť k urýchľovaniu protónov. Určte polomer R obvodu magnetov, aby sa dosiahla výstupná kinetická energia protónov $E_p = 1,0\text{ MeV}$.

Izotop ^{111}In sa mení záchytnom elektrónu z elektrónového obalu (K záchyt) na stabilný izotop Cd v polčasom premeny $T = 2,805\text{ d}$, pričom sa uvoľňujú nízkoenergetické fotóny s energiou $E_f = 245,4\text{ keV}$. Ako rádiofarmakum sa používa roztok $^{111}\text{InCl}$.

- c) Napíšte rovnicu K záchytu elektrónu jadrom ^{111}In . Na začiatku sa vo vzorke roztoku nachádza iba $^{111}\text{InCl}$ s hmotnosťou $m_v = 10\text{ mg}$. Určte začiatočnú aktivitu A_0 vzorky a hmotnosť atómov Cd vo vzorke po uplynutí doby $t_r = 12\text{ h}$.

Hmotnosť protónu $m_p = 1,67 \times 10^{-27}\text{ kg}$, elementárny náboj $e = 1,602 \times 10^{-19}\text{ C}$, molárna hmotnosť chlóru $M_{\text{Cl}} = 35,5\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, Avogadrova konštanta $N_A = 6,022 \times 10^{23}\text{ mol}^{-1}$.

