

64. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2022/2023

Katégoria E

Riešenie úloh okresného kola

1) Silverstone

Riešenie

- a) Čas prvej etapy $t_1 = (1 \times 3600 + 11 \times 60 + 7,284) \text{ s} = 4\,267,284 \text{ s}$.

Rýchlosť v prvej etape

$$v_1 = \frac{n_1 \ell}{t_1} = \frac{42 \times 5\,891 \text{ m}}{4\,267,284 \text{ s}} = 57,981 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 208,732 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \quad 1 \text{ bod}$$

V 2. kole by bola rýchlosť (vďaka zníženiu hmotnosti) $v_1 + \Delta v_m$, v 3. kole $v_1 + 2\Delta v_m$, a tak ďalej, v 43. kole (ak by nenastávalo opotrebenie pneumatík) by bola rýchlosť

$$v_2 = v_1 + 42 \Delta v_m.$$

To je rýchlosť, ktorú má pretekár po výmene pneumatík, a to je rýchlosť ktorou prejde okruh za najkratší čas $t_m = 1 \text{ min } 30,150 \text{ s} = 90,150 \text{ s}$, teda

$$v_2 = \frac{\ell}{t_m} = \frac{5\,891 \text{ m}}{90,813 \text{ s}} = 64,870 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 233,530 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

$$\Delta v_m = \frac{v_2 - v_1}{n_1} = 0,164 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,590 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \quad 1 \text{ bod}$$

Pretekár prejde prvú etapu rýchlosťou v_1 a druhú po výmene pneumatík rýchlosťou v_2 . Celý pretek s jednou zastávkou v depe prejde za čas

$$t_p = n_1 \frac{\ell}{v_1} + t_d + (N - n_1) \frac{\ell}{v_2} = 5\,195,42 \text{ s} = 1 \text{ h } 26 \text{ min } 35,42 \text{ s}. \quad 2 \text{ body}$$

- b) Po výmene pneumatík po prvom kole by pretekár pokračoval rýchlosťou $v_1 + \Delta v_m$. Celý pretek by absolvoval za čas

$$T_1 = \frac{\ell}{v_1} + \frac{(N-1)\ell}{v_1 + \Delta v_m} + t_d = 5288,70 \text{ s} = 1 \text{ h } 28 \text{ min } 8,70 \text{ s}.$$

V druhom prípade by pretekár prešiel rýchlosťou v_1 prvých $N-1$ kôl a až posledné kolo by prešiel rýchlosťou $v_1 + (N-1)\Delta v_m$. Celkový pretek by absolvoval za čas

$$T_2 = \frac{(N-1)\ell}{v_1} + \frac{\ell}{v_1 + (N-1)\Delta v_m} + t_d \approx 5290,49 \text{ s} = 1 \text{ h } 28 \text{ min } 10,508 \text{ s}.$$

Čas v prvom prípade je kratší ako v druhom prípade $T_1 < T_2$ o 1,790 s. 3 body

- c) Pretekár absolvuje $n_{12} = 21$ kôl rýchlosťou v_1 , potom $(n_1 - n_{12}) = 21$ kôl rýchlosťou $v_{12} = v_1 + n_{12}\Delta v_m$, na záver $(N - n_1) = 10$ kôl rýchlosťou $v_2 = v_1 + n_1\Delta v_m$ a dvakrát má časovú stratu t_d , lebo ide dvakrát do depa. Teda

$$t_{p2} = \frac{n_{12}\ell}{v_1} + \frac{(n_1 - n_{12})\ell}{v_1 + n_{12}\Delta v_m} + \frac{(N - n_1)\ell}{v_1 + n_1\Delta v_m} + 2t_d = 5095,802 \text{ s} = 1 \text{ h } 24 \text{ min } 55,802 \text{ s}.$$

Najrýchlejší čas za jedno kolo je $t_{m2} = \frac{\ell}{v_1 + n_1\Delta v_m} = t_m = 90,813 \text{ s} = 1 \text{ min } 30,813 \text{ s}$. 3 body

2) Rúry

Riešenie:

a) Tlak p v jednotlivých bodoch sústavy:

$$p_A = p_a = 101,30 \text{ kPa}$$

$$p_B = p_A + (h_1 + h_2 + h_3) \rho_o g = (101,30 + 23,54) \text{ kPa} = 124,84 \text{ kPa}$$

$$p_C = p_B + h_4 \rho_v g = (124,84 + 9,81) \text{ kPa} = 134,65 \text{ kPa}$$

$$p_D = p_C - (h_2 + h_3 + h_4) \rho_v g = (134,65 - 29,43) \text{ kPa} = 105,22 \text{ kPa}$$

$$p_E = p_D = 105,22 \text{ kPa}$$

$$p_F = p_E + (h_2 + h_5) \rho_{Hg} g = (105,22 + 293,52) \text{ kPa} = 398,74 \text{ kPa}$$

$$p_G = p_F - h_5 \rho_{Hg} g = (398,74 - 133,42) \text{ kPa} = 265,32 \text{ kPa}$$

$$p_H = p_G - (h_1 + h_2) \rho_v g = (265,32 - 21,58) \text{ kPa} = 243,74 \text{ kPa}$$

Tabuľka tlaku v jednotlivých bodoch

7 bodov

Bod	A	B	C	D	E	F	G	H
Tlak p [kPa]	101,30	124,84	134,65	105,22	105,22	398,74	265,32	243,74

Poznámka: Hodnotíme správny výpočet v bodoch B až H (v bode A je zadany). Za každú správnu odpoveď 1 bod.

b) Najmenší je tlak p_A v bode A, najväčší p_F v bode F. 1 bod

c) Tlak vzduchu v prvej nádrži $p_1 = p_D = 105,22 \text{ kPa}$, 0,5 boda

tlak vzduchu v druhej nádrži $p_2 = p_H = 234,74 \text{ kPa}$. 0,5 boda

d) Rozdiel tlakov

$$p_H - p_A = [(h_1 + h_2 + h_3) \rho_o - (h_1 + 2 h_2 + h_3) \rho_v + h_2 \rho_{Hg}] g =$$

$$= \{ h_2 \rho_{Hg} - [h_2 \rho_v + (h_1 + h_2 + h_3) (\rho_v - \rho_o)] \} g = 160,10 \text{ kPa} - 17,66 \text{ kPa}.$$

Prijateľných vysvetlení je viac. Vysvetlenie musí byť fyzikálne správne. Jedným z možných je napríklad nasledujúce: Z výsledku vidíme, rozdiel tlaku na hladinách H a A musí vyrovnať hlavne veľký rozdiel tlakov medzi hladinami ortuti, ktorá má o jeden rád väčšiu hustotu ako voda alebo olej.

1 bod

3) Káva, čaj

Riešenie:

- a) Pri zohriatí na výslednú teplotu prijme šálka a chladná káva teplo

$$Q_1 = \rho V_1 c (t_2 - t_1) + C_s (t_2 - t_1) = 6,27 \text{ kJ} + 0,30 \text{ kJ} = 6,57 \text{ kJ} \approx 6,6 \text{ kJ}.$$

Horúca voda pri ochladení na výslednú teplotu rovnaké teplo

$$Q_2 = \rho V_v c (t_v - t_2) = Q_1,$$

kde V_v je objem pridanej horúcej vody.

Objem pridanej vody

$$V_v = \left(V_1 + \frac{C_s}{\rho c} \right) \frac{t_2 - t_1}{t_v - t_2}$$

a výsledný objem kávy v šálke

$$V_2 = V_1 + V_v = V_1 + \left(V_1 + \frac{C_s}{\rho c} \right) \frac{t_2 - t_1}{t_v - t_2} = V_1 \frac{t_v - t_1}{t_v - t_2} + \frac{C_s}{\rho c} \frac{t_2 - t_1}{t_v - t_2} = 81,4 \text{ ml}. \quad 5 \text{ bodov}$$

- b) Teplo Q_1 dodáme pomocou horúcej pary, ktorá najprv kondenzuje a potom sa vzniknutá voda ochladí. Ak označíme V_p objem vody vzniknutej kondenzáciou, platí

$$Q_3 = \rho V_p l_v + \rho V_p c (t_v - t_2) = Q_1.$$

Odtiaľ dostávame

$$V_p = \frac{Q_1}{\rho l_v + \rho c (t_v - t_2)} = \frac{(\rho V_1 c + C_s) (t_2 - t_1)}{\rho l_v + \rho c (t_v - t_2)}.$$

Výsledný objem kávy

$$V_3 = V_1 + V_p = V_1 + \frac{(\rho V_1 c + C_s) (t_2 - t_1)}{\rho l_v + \rho c (t_v - t_2)} = 50,0 \text{ ml} + 2,4 \text{ ml} = 52,4 \text{ ml} \approx 52 \text{ ml}.$$

5 bodov

4) Obvod so žiarovkami

Riešenie:

- a) Prekreslený obvod môže vyzerat' ako na obr. RE-2 (ale môže zostať aj v pôvodnom tvare).

V schéme obvodu sú označené smery prúdu v žiarovkách pri zapnutých spínačoch.

Všetky prúdy správne 1 bod
(čiastočne správne – 0,5 bodu)

- b) Odpor obvodu pre rôzne stavy spínačov:
- Ak je rozpojený spínač S1, je prúd všetkých žiaroviek nulový a $R_{AB\ i} \rightarrow \infty$. 1 bod
 - Zopnutý iba S1, rozopnuté S2 a S3
Do série sú spojené žiarovky Ž1 a Ž2

$$R_{AB\ ii} = 2R = 24\ \Omega. \quad 2\ \text{body}$$

- Zopnutý S1 a S2, rozopnutý S3
Ž1 v sérii s dvojicou paralelných Ž2 a Ž3

$$R_{AB\ iii} = R + R/2 = 3R/2 = 18\ \Omega. \quad 2\ \text{body}$$

- Zopnutý S1 a S3, rozopnutý S2

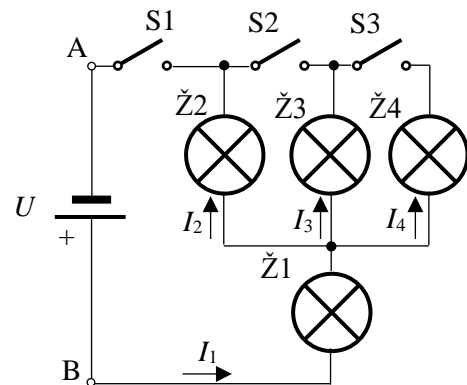
Rovnaký prípad ako ii. 1 bod

- Zopnuté všetky spínače
Žiarovka Ž1 v sérii s trojicou paralelných žiaroviek Ž2, Ž3, Ž4

$$R_{AB\ v} = R + R/3 = 4R/3 = 16\ \Omega \quad 2\ \text{body}$$

- c) Zo zákona zachovania prúdu v uzlových bodoch a zo smerovania prúdov v nákrese je zrejmé, že najväčší prúd potečie žiarovkou Ž1. Tento prúd sa potom rozvetví do paralelne zapojených žiaroviek Ž2 až Ž4. Nakoľko sú žiarovky rovnaké aj prúdy budú tretinové, než cez žiarovku Ž1.

1 bod



Obr. RE-2