64. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2022/2023
Kategória F
Riešenie úloh okresného kola

1) Pristávanie horkovzdušného balóna

Riešenie:

a) Nakoľko na rýchlosť klesania balóna rýchlosť vetra nemá vplyv, pristane za čas

$t_\mathrm{p} = \frac{h_1}{v_\mathrm{b}} = \frac{800\ \mathrm{m}}{1{,}0\ \mathrm{m/s}} = 800\ \mathrm{s} = 13\ \mathrm{min}\ 20\ \mathrm{s}.$ 2 body

b) V tabuľke máme zadané hodnoty rýchlosti vetra len v určitých výškach a ďalej vieme len to, že bližšie k zemi je rýchlosť menšia. Tu si súťažiaci môže zvoliť rýchlosti ľubovoľne, dodržaním uvedených obmedzení. Akúkoľvek takú voľbu je treba uznať za odhad. Napríklad keď volíme priemery rýchlostí, ktoré sú uvedené pre hranice
v intervale 600-800 m rýchlosť $v_{b4} = 3{,}25\ \mathrm{m/s}$,
v intervale 400-600 m rýchlosť $v_{b3} = 2{,}00\ \mathrm{m/s}$,
v intervale 200-400 m rýchlosť $v_{b2} = 1{,}00\ \mathrm{m/s}$,
v intervale 200-400 m rýchlosť $v_{b1} = 0{,}25\ \mathrm{m/s}$,
Každý interval predstavuje 200 m a balón ho počas klesania prejde za $\Delta t = 200\ \mathrm{s}$.

Dostaneme $s_1 = (v_{b1} + v_{b2} + v_{b3} + v_{b4})\Delta t = \left(6{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)(200\ \mathrm{s}) = 1300\ \mathrm{m}$ 4 body

c) Najväčšiu vzdialenosť, do ktorej zanesie vietor balón dostaneme vtedy, ak v danom výškovom intervale z tabuľky budeme predpokladať z dvoch krajných rýchlostí tú väčšiu (silnejší vietor), teda
v intervale 600-800 m rýchlosť $v_4 = 4{,}0\ \mathrm{m/s}$,
v intervale 400-600 m rýchlosť $v_3 = 2{,}5\ \mathrm{m/s}$,
v intervale 200-400 m rýchlosť $v_2 = 1{,}5\ \mathrm{m/s}$,
v intervale 200-400 m rýchlosť $v_1 = 0{,}5\ \mathrm{m/s}$,
Každý interval predstavuje 200 m a balón ho počas klesania prejde za $\Delta t = 200\ \mathrm{s}$.

Dostaneme $s_\mathrm{max} = (v_1 + v_2 + v_3 + v_4)\Delta t = \left(8{,}5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)(200\ \mathrm{s}) = 1700\ \mathrm{m}$ 2 body

Najmenšiu vzdialenosť, do ktorej zanesie vietor balón dostaneme vtedy, ak v danom výškovom intervale z tabuľky budeme predpokladať z dvoch krajných rýchlostí tú menšiu (najslabší možný vietor), teda
v intervale 600-800 m rýchlosť $v_3 = 2{,}5\ \mathrm{m/s}$,
v intervale 400-600 m rýchlosť $v_2 = 1{,}5\ \mathrm{m/s}$,
v intervale 200-400 m rýchlosť $v_1 = 0{,}5\ \mathrm{m/s}$,
v intervale 200-400 m rýchlosť $v_0 = 0{,}0\ \mathrm{m/s}$,
Každý interval predstavuje 200 m a balón ho počas klesania prejde ho za $\Delta t = 200\ \mathrm{s}$.

Dostaneme $s_\mathrm{min} = (v_0 + v_1 + v_2 + v_3)\Delta t = \left(4{,}5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)(200\ \mathrm{s}) = 900\ \mathrm{m}.$ 2 body

Možno si všimnúť, že stredná hodnota ($s_\mathrm{max} + s_\mathrm{min}$) / 2 = 1 300 m, čo zodpovedá hodnote s_1 určenej v časti b).

2) Polievka

Riešenie:

a) Polievka, ktorú naberieme do taniera sa ochladí z teploty t_p na teplotu t_2 a odovzdá tanieru teplo

$$Q_\mathrm{a} = mc_\mathrm{pol}\left(t_\mathrm{p} - t_2\right) = (100\ \mathrm{g})\left(3{,}67\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g\cdot{}^\circ C}}\right)(60\ {}^\circ\mathrm{C}) = 22{,}02\ \mathrm{kJ} \approx 22\ \mathrm{kJ}$$

Prijatím tepla Q_a sa tanier zohrial z teploty t_1 na teplotu t_2

$$Q_\mathrm{a} = C_\mathrm{t}(t_2 - t_1),$$

Odtiaľ dostávame tepelnú kapacitu

$$C_\mathrm{t} = \frac{Q_\mathrm{a}}{t_2 - t_1} = \frac{mc_\mathrm{pol}\left(t_\mathrm{p} - t_2\right)}{t_2 - t_1} = \frac{22{,}02\ \mathrm{kJ}}{15\ {}^\circ\mathrm{C}} = 1{,}468\,\frac{\mathrm{kJ}}{{}^\circ\mathrm{C}} \approx 1{,}5\ \frac{\mathrm{kJ}}{{}^\circ\mathrm{C}}.$$

3 body

b) Druhá naberačka polievky odovzdá tanieru a polievke v tanieri teplo

$$Q_\mathrm{b} = mc_\mathrm{pol}(t_\mathrm{p} - t_3),$$

Pre prijatie tepla Q_b tanierom a polievkou v tanieri (prvá naberačka) platí

$$Q_\mathrm{b} = (mc_\mathrm{pol} + C_\mathrm{t})(t_3 - t_2),$$

Po úprave dostaneme

$$mc_\mathrm{pol}t_\mathrm{p} + \left(mc_\mathrm{pol} + C_\mathrm{t}\right)t_2 = \left(2mc_\mathrm{pol} + C_\mathrm{t}\right)t_3,$$

odkiaľ dostávame

$$t_3 = \frac{mc_\mathrm{pol}t_\mathrm{p} + \left(mc_\mathrm{pol} + C_\mathrm{t}\right)t_2}{2mc_\mathrm{pol} + C_\mathrm{t}} = \frac{33{,}03 + 55{,}11}{0{,}734 + 1{,}468} \approx 40\ {}^\circ\mathrm{C}.$$

3 body

c) Keby sme do prázdneho taniera nabrali N naberačiek polievky s hmotnosťou Nm, polievka by odovzdala tanieru pri ochladení na výsledná teplotu t_4 teplo

$$Q_\mathrm{c} = Nmc_\mathrm{pol}(t_\mathrm{p} - t_4),$$

a tanier by prijal teplo

$$Q_\mathrm{c} = C_\mathrm{t}(t_4 - t_1).$$

Z rovnosti pravých strán

$$Nmc_\mathrm{pol}\left(t_\mathrm{p} - t_4\right) = C_\mathrm{t}(t_4 - t_1)$$

dostaneme

$$N = \frac{C_\mathrm{t}(t_4 - t_1)}{mc_\mathrm{pol}\left(t_\mathrm{p} - t_4\right)} = \frac{(1{,}47\ \mathrm{kJ/{}^\circ C})(35\ {}^\circ\mathrm{C})}{(0{,}1\ \mathrm{kg})(3{,}67\ \mathrm{kJ/(kg\cdot{}^\circ C)})(40\ {}^\circ\mathrm{C})} = \frac{51{,}45}{14{,}68} = 3{,}5.$$

Peter by musel nabrať najmenej 4 plné naberačky polievky. 4 body

3) Váhy

Riešenie:

a) Pružinová váha meria tiaž a tá sa prepočítava pomocou gravitačného zrýchlenia na hmotnosť.

Etalón s hmotnosťou $m_0 = 1$ kg má

na Zemi tiaž $G_{0Z} = m_0 g_Z = 9{,}81$ N

na Marse $G_{0Ma} = m_0 g_{Ma} = 3{,}72$ N

na Venuši $G_{0V} = m_0 g_V = 8{,}87$ N,

na Mesiaci $G_{0M} = m_0 g_M = 1{,}62$ N.

Váhy teda používajú k určeniu hmotnosti príslušné známe gravitačné zrýchlenie

$$m = \frac{G}{g}.$$

Na Marse má osoba s hmotnosťou m tiaž $G_{\mathrm{Ma}} = m g_{\mathrm{Ma}}$. Pozemské váhy (*Zegam*) bez úpravy by na Marse ukázali na displeji hmotnosť $m' = m\frac{g_{\mathrm{Ma}}}{g_{\mathrm{Z}}}$. Aby ukázali správnu hmotnosť, použije sa násobný koeficient k_{Ma} tak, aby platilo

$$m = m' k_{\mathrm{Ma}} = m\ \frac{g_{\mathrm{Ma}}}{g_{\mathrm{Z}}}\ k_{\mathrm{Ma}}.$$

Pre úpravu váh *Zegam* na *Magam* je príslušný násobný koeficient

$$k_{\mathrm{Ma}} = \frac{g_{\mathrm{Z}}}{g_{\mathrm{Ma}}} = \frac{9{,}81\ N/kg}{3{,}72\ N/kg} = 2{,}64.$$ 2 body

Pre úpravu váh *Zegam* na *Vegam* je podobne príslušný násobný koeficient

$$k_{\mathrm{V}} = \frac{g_{\mathrm{Z}}}{g_{\mathrm{V}}} = \frac{9{,}81\ N/kg}{8{,}87\ N/kg} = 1{,}11.$$ 2 body

b) Astronaut s hmotnosťou m_1 má na Mesiaci tiaž

$$G_{1\mathrm{M}} = m_1 g_{\mathrm{M}} = (80\ \mathrm{kg})\left(1{,}62\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}\right) = 129{,}6\ \mathrm{N}.$$ 1bod

Takúto tiaž by na Zemi malo teleso s hmotnosťou

$$m_{1\mathrm{Z}} = \frac{G_{1\mathrm{M}}}{g_{\mathrm{Z}}} = \frac{m_1 g_{\mathrm{M}}}{g_{\mathrm{Z}}} = m_1\frac{g_{\mathrm{M}}}{g_{\mathrm{Z}}} = (80\ \mathrm{kg})\frac{1{,}62\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}}{9{,}81\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}} = (80\ \mathrm{kg})(0{,}165) \approx 13{,}2\ \mathrm{kg},$$

čo zodpovedá údaju na váhe *Zegam* na Mesiaci. 1bod

Váha značky *Magam* používa násobný faktor $k_{\mathrm{Ma}} = 2{,}64$, preto jej displej ukáže údaj

$$m_{1\mathrm{Ma}} = m_{1\mathrm{Z}} k_{\mathrm{Ma}} = m_1\frac{g_{\mathrm{M}}}{g_{\mathrm{Ma}}} = (80\ \mathrm{kg})\frac{1{,}62\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}}{3{,}72\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}} = 34{,}839\ \mathrm{kg} \approx 34{,}8\ \mathrm{kg}.$$ 1 bod

Váha značky *Vegam* používa násobný faktor $k_{\mathrm{V}} = 1{,}11$, preto jej displej ukáže údaj

$$m_{1\mathrm{V}} = m_{1\mathrm{Z}} k_{\mathrm{V}} = m_1\frac{g_{\mathrm{M}}}{g_{\mathrm{V}}} = 14{,}611\ \mathrm{kg} \approx 14{,}6\ \mathrm{kg}.$$ 1 bod

Váhy značky *Zegam*, *Magam* a *Vegam* na Mesiaci neukážu rovnakú hmotnosť.

c) Astronaut s hmotnosťou m_2 má na Mesiaci tiaž $G_{2\mathrm{M}} = m_2\, g_{\mathrm{M}}$. Na váhe *Zegam* by to zodpovedalo údaju displeja $m_{2\mathrm{Z}} = \frac{G_{2\mathrm{M}}}{g_{\mathrm{Z}}} = m_2\frac{g_{\mathrm{M}}}{g_{\mathrm{Z}}}$.

Na váhe *Magam* sa objaví údaj korigovaný voči údaju váhy *Zegam*

$$m_{2\mathrm{Ma}} = m_{2\mathrm{Z}}\, k_{\mathrm{Ma}} = m_2\frac{g_{\mathrm{M}}}{g_{\mathrm{Ma}}}.$$

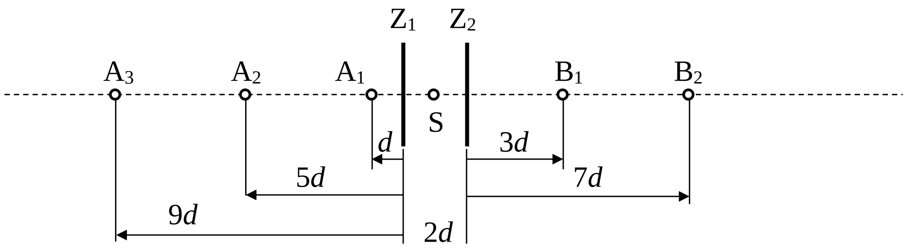
Hmotnosť astronauta je potom

$$m_2 = m_{2\mathrm{Ma}}\ \frac{g_{\mathrm{Ma}}}{g_{\mathrm{M}}} = 84{,}96\ \mathrm{kg} \approx 85\ \mathrm{kg}\ .$$ 2 body

4) Zrkadlá

Riešenie

a) Situáciu znázorňuje obr. RF–3 2 body



Obr. RF–3

Obraz A_1 sa vytvorí symetricky k svietidlu podľa roviny Z_1, t.j vo vzdialenosti d za zrkadlom. Obraz A_1 je predmetom pre zrkadlo Z_2 vo vzdialenosti $3d$ od zrkadla Z_2. Za zrkadlo Z_2 sa vytvorí zdanlivý obraz B_1 vo vzdialenosti $3d$ od zrkadla Z_2. Obraz B_1 je predmet pre zrkadlo Z_1 vo vzdialenosti $5d$ od zrkadla Z_1. Obraz A_2 je preto vo vzdialenosti $5d$ za zrkadlom Z_1. Atď.

b) Prvý obraz A_1 svietidla je za zrkadlom Z_1 v rovnakej vzdialenosti $a_1 = d$ od zrkadla, tzn. vo vzdialenosti $l_1 = 2d = 2{,}00$ m od Petra. 1 bod

c) Druhý obraz A_2 v zrkadle Z_1 je vo vzdialenosti $5d$ od zrkadla.

Vzájomná vzdialenosť obrazov A_1 a A_2 je $\Delta a = 4d = 4{,}00$ m. 2 body

d) Všetky susedné obrazy v Z_1 sú v rovnakých vzájomných vzdialenostiach $\Delta a = 4d$ a od Petra vo vzdialenostiach $l_1 = 2d$, $l_2 = 6d$, $l_3 = 10d$, atď. Pomer zoslabenia jednotlivých obrazov je

$(l_o/l_1)^2 = 1/4$, $(l_o/l_2)^2 = 1/36$, $(l_o/l_3)^2 = 1/100$, ..., $(l_o/l_8)^2 = 1/900$, $(l_o/l_9)^2 = 1/1156$.

Vidíme, že obraz A_9 je už slabší ako pozadie < 1/1000, preto ho už Peter nevidí.

Peter tak uvidí v zrkadle 8 obrazov svietidla. 3 body

e) Svetlo z verejného osvetlenia sa rozptyľuje, odráža z čiastočiek vo vzduchu, vzniká *svetelný šum, svetelné znečistenie,* a vidíme len tie hviezdy, ktorých jas je vyšší, ako jas svetelného šumu. Ďaleko od obcí je svetelné znečistenie výrazne nižšie, jas svetelného šumu je výrazne nižšie a je výrazne viac hviezd, ktorých jas je väčší ako pozadie a môžeme ich tak vidieť. 2 body

Pri hodnotení je treba byť veľmi zhovievavý. Ak je vysvetlenie fyzikálne správne, treba udeliť plný počet bodov. Ak vysvetlenie nie je fyzikálne, ale v podstate prijateľné, potom udelíme polovičný počet bodov. V ostatných prípadoch nula bodov.

64. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy okresného kola kategórie F*

Autor návrhov úloh: Boris Lacsný
Recenzia: Ivo Čáp
Preklad textu úloh do maďarského jazyka: Aba Teleki
Redakcia: Ivo Čáp
Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2023