

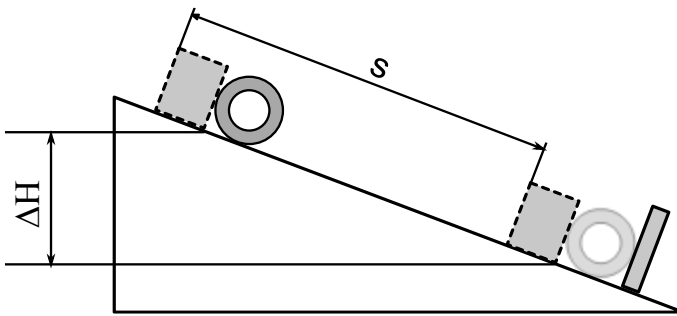
### Odpoveďový hárok experimentálnej úlohy

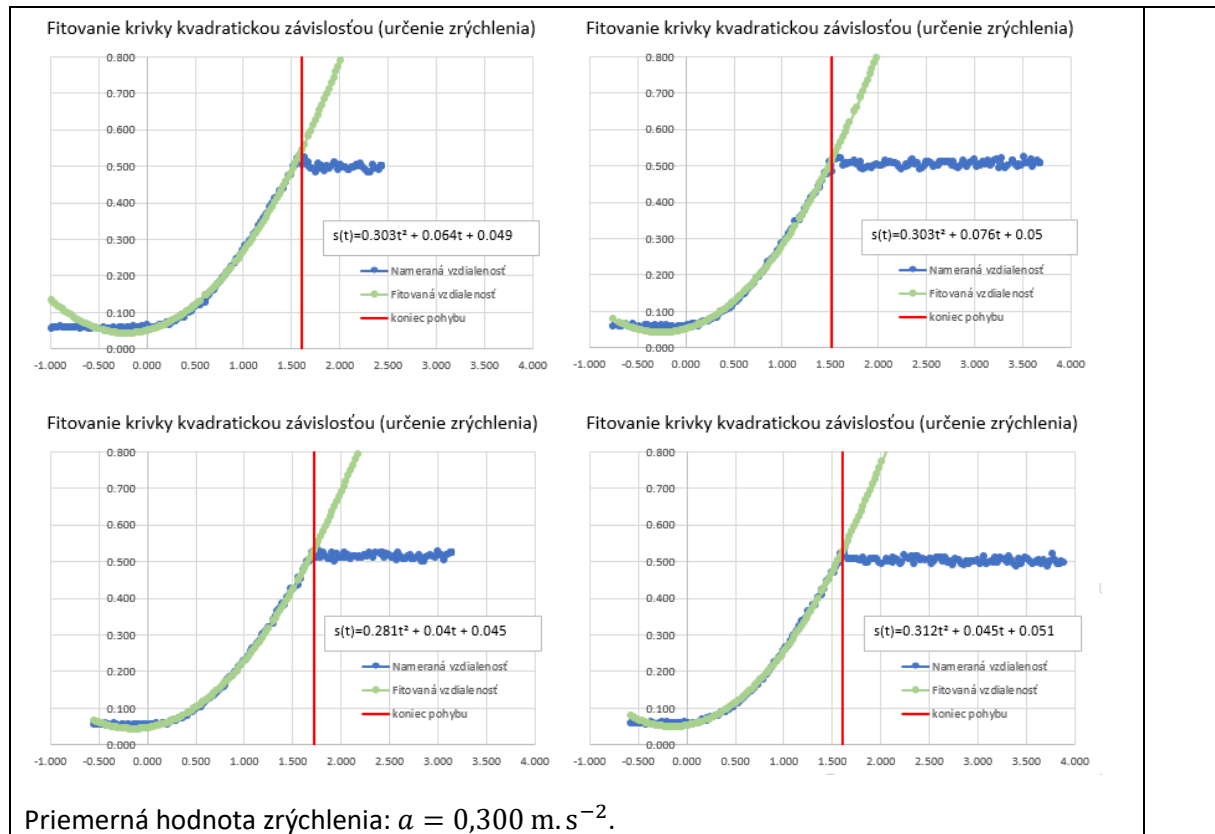
#### Meranie valivého odporu telies - „The rolling stones“

##### 1. úloha

<p>a) Teoretický výpočet: Na výpočet momentu zotrvačnosti valca vzhľadom na jeho os rotačnej symetrie je potrebné zistiť tieto veličiny: Hmotnosť valca: z údajov uvedených na valci: 45.26 g Vonkajší priemer: 110 mm Vnútorný priemer: 107,6 mm</p> <p>Moment zotrvačnosti <math>I_T = 1,34 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2</math></p>	1b
<p>b) Určenie momentu zotrvačnosti z doby kmitu Kvôli zvýšeniu presnosti je zmeraný čas 50-tich kmitov. Tento počet je dostatočný vzhľadom na tlmenie kmitov. <math>T_{50} = 32,98 \text{ s}</math> <math>T = \frac{T_{50}}{50} = 0,6594 \text{ s}</math></p> <p>Moment zotrvačnosti vzhľadom na os kývania <math>I_Z = 2,64 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2</math></p> <p>Moment zotrvačnosti s využitím Steinerovej vety: <math>I = 1,32 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2</math></p>	1b
<p>Porovnanie výsledkov a komentár</p> <p>Hodnota <math>I</math> sa od hodnoty <math>I_T</math> líši o <math>p = \left  1 - \frac{I}{I_T} \right  \cdot 100\% \doteq 1,6\%</math>.</p> <p>Na presnosť určenia hodnoty <math>I</math> vplýva predovšetkým reakčný čas, čo je však kompenzované meraním vyššieho počtu kmitov. Významnú úlohu pri určení hodnoty <math>I_T</math> zohráva meranie rozmerov valca. Výrazný vplyv na presnosť má pružnosť valca (tvarová nestálosť pri namáhaní) a použitie plastového posuvného meradla. Aj napriek tejto skutočnosti je rozdiel oboch hodnôt iba 1,6 %.</p>	1b

**2. úloha**

<p>a) Popis postupu: Potrebujeme si uvedomiť, že naklonenou rovinou možno manipulovať vďaka kovovej konzole tak, že sa otáča okolo jej spodného okraja. Pri známej dĺžke naklonenej roviny (napríklad <math>s = 0.5 \text{ m}</math> - prepona trojuholníka), ktorú zistíme meraním pomocou dĺžkového meradla, potrebujeme určiť výšku horného bodu naklonenej roviny: <math>\Delta H = s \cdot \sin(\alpha) = 0,5 \cdot \sin(4^\circ) \doteq 34,9 \text{ mm}</math>. Pri nastavovaní horizontálnej prierečky konzoly je výhodne merať vzdialenosť krajných bodov naklonenej roviny od vodorovnej podložky pomocou posuvného meradla využívajúc jeho hĺbkovú kovovú osku. Ak je nameraná vzdialenosť spodného konca naklonenej roviny od vodorovnej podložky rovná <math>h_{01} = 4 \text{ mm}</math>, vzdialenosť vrchného konca naklonenej roviny od vodorovnej podložky vypočítame: <math>h_{02} = h_{01} + \Delta H = 38,9 \text{ mm}</math>. Pri nastavení sklonu naklonenej roviny teda posuvným meradlom umiestneným vo vzdialenosti <math>s</math> od konca naklonenej roviny nastavíme hodnotu <math>h_{02}</math>. Po nastavení sklonu naklonenej roviny je vhodné opätovne namerať výšky bodov naklonenej roviny v krajných polohách valca a vypočítať skutočný uhol naklonenej roviny v hraniciach pohybu valca podľa obrázka:</p>  <p>Podľa nastavení konzoly bol skutočný uhol naklonenej roviny <math>3,58^\circ</math>.</p>	1b																									
<p>b) Názvy súborov zdrojových dát: Očakávajú sa buď 4 osobitné súbory alebo jeden súbor pre všetky merania pri rôznom počiatocnom natočení valca, pričom je vhodné si na valec poznačiť jednotlivé body.</p>	1b																									
<p>c) Zistené hodnoty veličín:</p> <table border="1" data-bbox="204 1512 1268 1832"> <thead> <tr> <th>číslo merania</th> <th>počiatočný uhol natočenia [°]</th> <th>zrýchlenie <math>a_n</math> [m. s<sup>-2</sup>]</th> <th><math>v_{0n}</math> [m. s<sup>-1</sup>]</th> <th><math>s_{0n}</math> [m]</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0,303</td> <td>0,064</td> <td>0,049</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>90</td> <td>0,303</td> <td>0,076</td> <td>0,05</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>180</td> <td>0,281</td> <td>0,04</td> <td>0,045</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>270</td> <td>0,312</td> <td>0,045</td> <td>0,051</td> </tr> </tbody> </table> <p>Zrýchlenia boli určené fitovaním nasledovných závislostí:</p>	číslo merania	počiatočný uhol natočenia [°]	zrýchlenie $a_n$ [m. s <sup>-2</sup> ]	$v_{0n}$ [m. s <sup>-1</sup> ]	$s_{0n}$ [m]	1	0	0,303	0,064	0,049	2	90	0,303	0,076	0,05	3	180	0,281	0,04	0,045	4	270	0,312	0,045	0,051	3b
číslo merania	počiatočný uhol natočenia [°]	zrýchlenie $a_n$ [m. s <sup>-2</sup> ]	$v_{0n}$ [m. s <sup>-1</sup> ]	$s_{0n}$ [m]																						
1	0	0,303	0,064	0,049																						
2	90	0,303	0,076	0,05																						
3	180	0,281	0,04	0,045																						
4	270	0,312	0,045	0,051																						



**3. úloha**

a) Určené veličiny pre plastový povrch naklonenej roviny:

2b

Rozdiel potenciálnej energie  $\Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta H = 15,67 \text{ mJ}$

číslo merania	počiatočný uhol natočenia [°]	rýchlosť $v_n$ [m · s <sup>-1</sup> ]	kinetická energia $E_{kn}$ [mJ]	$\Delta E_p - E_{kn}$ [mJ]
1	0	0,527	12,34	3,33
2	90	0,527	12,35	3,32
3	180	0,507	11,44	4,24
4	270	0,531	12,55	3,13

Zdôvodnenie:

Rýchlosť je možné určiť dosadením určeného času nárazu valca na zarážku do funkcie

$$v_n = a_n \cdot t_{\text{nárazu}} + v_0$$

s fitovanými parametrami  $a_n$  a  $v_0$ . Vzhľadom na zníženú presnosť merania vzdialenosti vo väčších vzdialenostiach predmetu od senzora, je výhodnejšie čas  $t_{\text{nárazu}}$  určiť z fitovaných parametrov ako kladný koreň kvadratickej rovnice

$$\frac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0 = s$$

Priemerný rozdiel hodnôt  $E_{kn} - \Delta E_p = 3,24 \text{ mJ}$ , pričom  $\Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta H = 15,67 \text{ mJ}$ .

Priemerná rýchlosť  $v_T = 0,523 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

b) Určené veličiny a zdôvodnenie:

Sila aerodynamického odporu pre  $v_T$ :  $F_{ok} = 1,3 \text{ mN}$

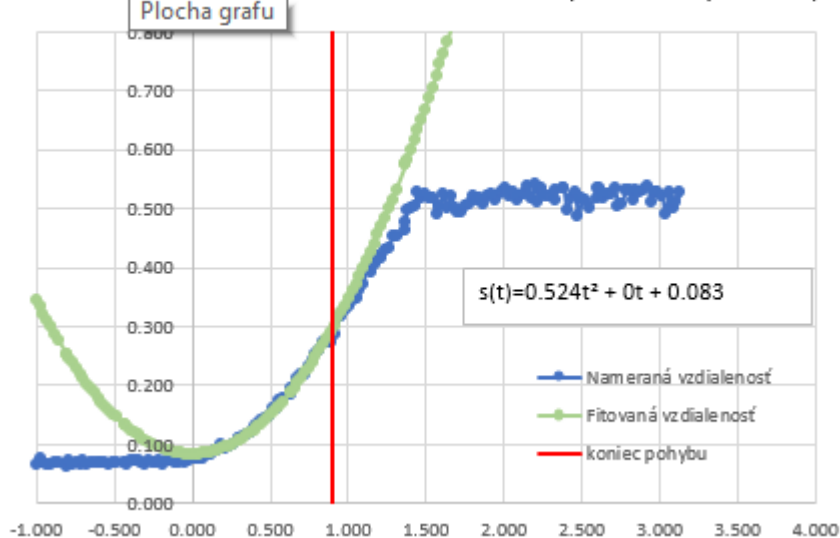
Pohybová zložka tiažovej sily:  $F_{gt} = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) \doteq 30 \text{ mN}$

Odpoveď:

Pre rýchlosť valca  $v_T = 0,523 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  je aerodynamický odpor  $F_{ok} = 1,3 \text{ mN}$ , čo predstavuje približne 4,3% pohybovej zložky tiažovej sily.

Keďže odporová sila rastie so štvorcom rýchlosti, odklon od kvadratickej závislosti  $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$  sa bude so zvyšujúcou sa rýchlosťou čoraz výraznejšie prejavovať. Prítomnosť tejto sily bude mať za následok znižovanie zrýchlenia, ktoré vyvoláva sila až pri istej rýchlosti sa tieto dve sily vykompenzujú a teleso sa tak začne pohybovať rovnomerne priamočiara. Znižovanie smernice závislosti je možné dobre pozorovať pri fitovaní závislosti  $s(t)$  v počiatočných fázach pohybu (viď obr.). Táto skutočnosť zároveň zodpovedá za nedokonalý fit priebehu celej nameranej závislosti, pre ktoré boli určené hodnoty zrýchlenia bez zahrnutia odporovej sily vzduchu v úlohe 2. V skutočnosti je preto zrýchlenie vyššie.

Fitovanie krivky kvadratickou závislosťou (určenie zrýchlenia)



1b

c) Určené veličiny:

Opakovanie merania z časti a) pre druhý povrch naklonenej roviny

$W_{VA}$	3,50 mJ	$\xi_A$	0,985 mm
$W_{VB}$	9,20 mJ	$\xi_B$	2,625 mm

2b

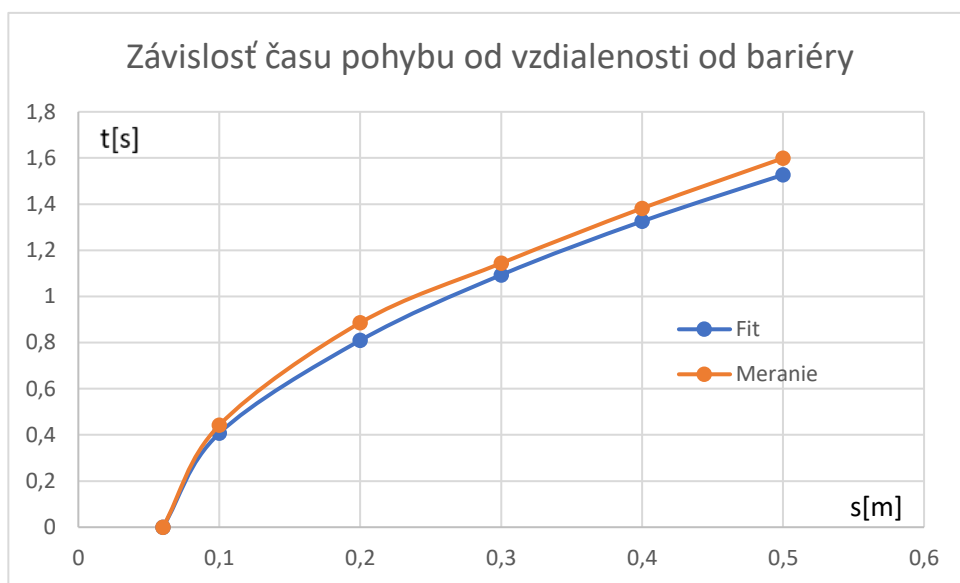
Vzťah pre výpočet koeficientu valivého odporu: $\xi_{A(B)} = \frac{R \cdot W_{0A(B)}}{m \cdot g \cdot s \cdot \cos(\alpha)}$														
d) Odpoveď: <p>V prípade materiálu A bola rýchlosť na rovnakom úseku naklonenej roviny pred nárazom do zarážky vyššia ako tomu bolo v prípade materiálu B, preto odporová sila vzduchu bude v prípade materiálu A vyššia. Sila valivého trenia bola naopak, v prípade materiálu B vyššia. Preto možno očakávať, že pomer síl <math>F_o/F_v</math> bude vyšší v prípade materiálu A. Tieto predpoklady dokazuje nasledujúca tabuľka:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th><math>F_o</math> [mN]</th> <th><math>F_v</math> [mN]</th> <th><math>F_o/F_v</math> [%]</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Materiál A</td> <td>1,27</td> <td>7,28</td> <td>17,48</td> </tr> <tr> <td>Materiál B</td> <td>0,68</td> <td>20,8</td> <td>3,25</td> </tr> </tbody> </table>			$F_o$ [mN]	$F_v$ [mN]	$F_o/F_v$ [%]	Materiál A	1,27	7,28	17,48	Materiál B	0,68	20,8	3,25	2b
	$F_o$ [mN]	$F_v$ [mN]	$F_o/F_v$ [%]											
Materiál A	1,27	7,28	17,48											
Materiál B	0,68	20,8	3,25											
e) Odpoveď: <p>Numerickou integráciou sme určili:</p> $W_{oA} = 0,367 \text{ mJ}$ $W_{oB} = 0,142 \text{ mJ}$ <p>Tieto hodnoty sú tak isto výrazne nižšie dokonca oproti práci síl valivého odporu (3,50 mJ, resp. 9,20 mJ).</p>		1b												

#### 4. úloha

a) Meranie času pohybu na plastovom povrchu naklonenej roviny		1b				
dráha [m]	0,06	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
čas [s]	0	0,442	0,886	1,144	1,382	1,599
Na základe predošlých meraní je možné určiť, ktoré počiatočné otočenie valca sa najviac približuje priemerným hodnotám a nie je tak nutné pre túto závislosť merať 4 merania, ale iba jedno meranie pre dané otočenie.						

b) Priložený graf

2b



c) Výpočet hodnôt pre graf závislosti s hodnotami z 2. ulohy

1b

dráha s [m]	0,06	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
čas $t_+$ [s]	0	0,407	0,810	1,093	1,325	1,527

Pridaná závislosť do grafu z časti b)

Porovnanie a diskusia výsledku:

Čas pohybu je vypočítaný ako kladný koreň rovnice  $\frac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0 = s$  nasledovne:

$$t_+ = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2a(s - s_0)}}{a}$$

Závislosti znázornené na grafe v časti b) majú teda vlastnosti inverznej kvadratickej funkcie (časť inverznej paraboly, teda paraboly, v osovej súmernosti s priamkou  $t = s$ ).

Ak by sme zvyšovali vzdialenosť bariéry od senzora, rozdiel medzi oboma závislosťami by sa zvyšoval (fitovaná závislosť bude neskôr nadobúdať nižšie hodnoty času), nakoľko do fitovanej závislosti nie je zahrnutá odporová sila vzduchu, ktorá sa bude s rýchlosťou kvadraticky zvyšovať.