

## 65. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2023/2024

### 1. kolo kategória A

Texty úloh

#### 1. Štart rakety

Ako poznáme z výťahu, pri štarte smerom nahor sa naša tiaž zväčší, pri dobiehaní do hornej stanice sa naša tiaž pred zastavením zmenší oproti tiaži počas stúpania výťahu konštantnou rýchlosťou. Môžeme sa o tom presvedčiť, ak si zoberieme do výťahu osobnú váhu, postavíme sa na ňu a pozorujeme údaj krátko po štarte výťahu, počas rovnomerného stúpania a krátko pred zastavením. Určite viete, čím je to spôsobené.

Raketa má vyniesť na obežnú dráhu okolo Zeme nové zariadenie. Raketa štartuje zvislo nahor pomocou raketového motora, ktorý spaľuje palivo rovnomerne, tzn. za jednotku času spotrebuje palivo vždy rovnakej hmotnosti. V čase  $t_1 = 10$  s po štarte bola tiaž zariadenia  $k_1 = 1,2$ krát väčšia ako pred štartom a v čase  $t_2 = 30$  s už  $k_2 = 1,4$ krát väčšia ako pred štartom.

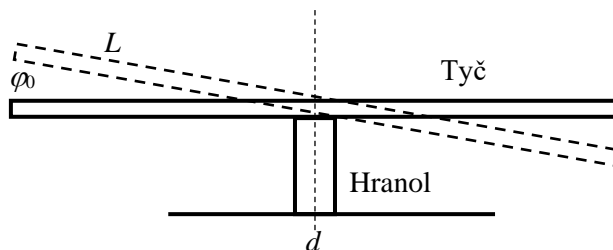
- Vysvetlite, ako dochádza k zrýchleniu rakety a prečo zrýchlenie s časom narastá.
- Určte zrýchlenie  $a_2$  rakety v čase  $t_2$ , rýchlosť  $u$  výtoky plynov z dýzy motora rakety a rýchlosť  $v_2$  rakety v čase  $t_2$ .

Tiažové zrýchlenie  $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . Predpokladajte, že výtoková rýchlosť  $u$  sa s časom nemení.

#### 2. Pohyb tyče

Na hornej vodorovnej obdĺžnikovej ploche zvislej dosky s hrúbkou  $d = 50$  mm je položená kolmo na dosku tenká homogénna tyč s dĺžkou  $L = 60$  cm. Ťažisko tyče sa nachádza nad stredom rozmeru  $d$  dosky, obr. A-1.

Tyč vychýlime o malý uhol  $\varphi_0 = 5,0^\circ$  okolo dlhej hrany dosky do začiatkovej polohy a uvoľníme.



Obr. A-1

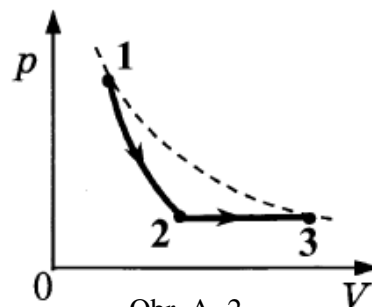
- Opíšte pohyb tyče po jej uvoľnení z vychýlenej polohy.
- Určte čas  $T$ , za ktorý sa tyč vráti do začiatkovej vychýlenej polohy.

Predpokladajte, že tyč je stále v kontakte s doskou, na jej povrchu sa neprekĺzava a pri jej kontakte s doskou nedochádza k žiadnej strate mechanickej energie.

Pozn.: Pre malé uhly možno využiť približné vzťahy  $\sin \varphi \approx \varphi \approx \tan \varphi$ ,  $\cos \varphi \approx 1$ .

### 3. Tepelné čerpadlo

Pri samovoľných termodynamických dejoch sa teplo odovzdáva z prostredia s vyššou teplotou do prostredia s nižšou teplotou, podobne ako tečie voda zhora nadol. Opačný tok tepla je možný iba vynútené, pričom je potrebné vykonať určitú prácu. Hovoríme potom o tepelnom čerpadle. Efektivitu čerpadla potom posudzujeme podľa tepla odovzdaného zohrievanému prostrediu v pomere k vykonanej práci.



Ako príklad uvažujme termodynamický dej plynom jednoatómových molekúl s látkovým množstvom  $n = 2,0$  mol, ktorý je znázornený  $p$ - $V$  diagramom na obr. A-2. Po adiabatckej expanzii 1-2 zo stavu s tlakom  $p_1 = 300$  kPa a teplotou  $T_1 = 300$  K do stavu s tlakom  $p_2 = 100$  kPa nasleduje izobarická expanzia 2-3 a následne izotermická kompresia do začiatočného stavu 3-1.

- Určte teplo  $Q_1$ , ktoré plyn prijme absorbérom od okolia a teplo  $Q_2$  odovzdané radiátoru v zohrievanom priestore počas jedného cyklu.
- Určte prácu  $W_{12}$  vykonanú vonkajšou silou počas adiabatckého deja a celkovú prácu  $W$  vykonanú vonkajšou silou počas cyklu.
- Určte efektivitu čerpadla  $\eta = P_Q/P$  ako pomer tepelného výkonu radiátora a mechanického výkonu pohonu čerpadla.

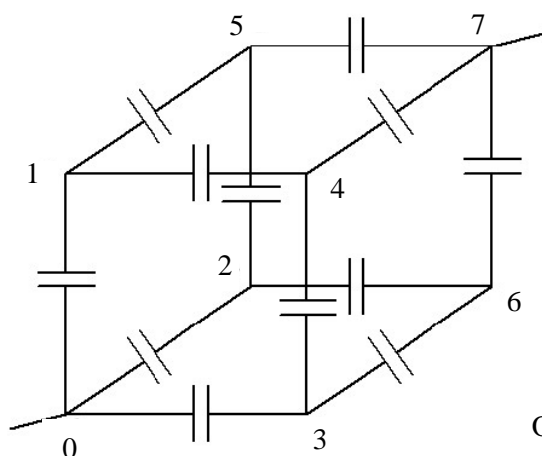
Molárna plynová konštanta  $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$ .

### 4. Kocka kondenzátorov

Dvanásť rovnakých kondenzátorov s kapacitami  $C$  je zapojených do tvaru kocky, obr. A-3. Vzniká tak jeden veľký kondenzátor s rôznymi kapacitami, podľa toho, ku ktorým uzlom kocky pripojíme zdroj.

- Uveďte, koľko rôznych kapacít takto môžeme realizovať. Svoju odpoveď zdôvodnite.
- Určte všetky rôzne kapacity, ktoré takto môžeme realizovať.

Pozn.: Pri riešení úlohy využite symetriu sústavy kondenzátorov.

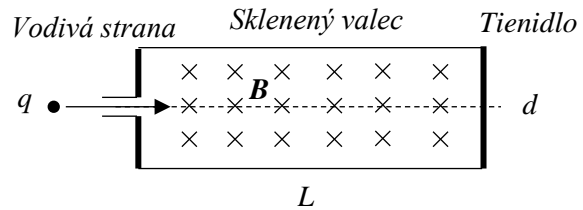


Obr. A-3

## 5. Gulôčka s nábojom v magnetickom poli

V laboratóriu robili experiment s pohybom častíc s nábojom v magnetickom poli.

Do vákuovej sklenenej trubice s priemerom  $d = 50 \text{ mm}$  a dĺžkou  $L = 20 \text{ cm}$  vnikajú pozdĺž jej osi malé guľové častice s merným nábojom  $\gamma = q/m = 20,0 \text{ C/kg}$ , obr. A–4. Predná strana trubice je fluorescenčné tienidlo, ktoré zviditeľňuje dopad častíc. Zadná strana trubice je vodivá a častica, ktorá na ňu dopadne, sa od nej neodrazí a vo valci sa ďalej nepohybuje. Trubica sa nachádza v homogénnom magnetickom poli s indukciou  $B = 10,0 \text{ T}$  kolmom na os trubice. Častice sú pred vstupom do trubice urýchlené z nulovej rýchlosti napätím  $U$ . Ak častice dopadnú na valcovú stenu trubice, dochádza k ich dokonale pružnému odrazu, pričom ich náboj sa nemení.



Obr. A–4

nej neodrazí a vo valci sa ďalej nepohybuje. Trubica sa nachádza v homogénnom magnetickom poli s indukciou  $B = 10,0 \text{ T}$  kolmom na os trubice. Častice sú pred vstupom do trubice urýchlené z nulovej rýchlosti napätím  $U$ . Ak častice dopadnú na valcovú stenu trubice, dochádza k ich dokonale pružnému odrazu, pričom ich náboj sa nemení.

- Určte hodnoty napätia  $U$ , aby častice dopadali do stredu tienidla.
- Určte maximálnu a minimálnu hodnotu napätia  $U$ , pri ktorej je splnená podmienka z časti a).
- Určte vzťah pre čas  $t_n$  prechodu častice trubicou od vstupu do trubice po dopad na tienidlo. Určte najmenšiu a najväčšiu hodnotu tohto času.

## 6. Objem krvi v tele

Rádioaktívne látky majú bohaté využitie v medicíne, či ide o diagnostiku alebo terapiu, napr. gama kamera, PET–Positron Emission Tomography, Lekselov gama nôž, atď. Jedným z používaných izotopov je rádioaktívny sodík, keďže ide o fyziologický prvok obsiahnutý v telesných orgánoch. Zatiaľ čo izotop  $^{22}\text{Na}$  sa používa ako zdroj pozitronov, izotop  $^{24}\text{Na}$  sa využíva ako  $\gamma$ -žiarič najmä na vyšetrenie krvnej sústavy.

Izotop  $^{24}\text{Na}$  s polčasom  $\beta$ -premeny  $T = 15 \text{ h}$  vyžaruje elektróny s kinetickou energiou  $E_k = 1\,393 \text{ keV}$  a  $\gamma$ -fotóny s energiou  $E_\gamma = 2\,754 \text{ keV}$ .

- Napíšte rovnice premeny izotopov  $^{22}\text{Na}$  a  $^{24}\text{Na}$  a uveďte, aké stabilné atómy premenou vznikajú.
- Určte vlnovú dĺžku  $\lambda$  a rýchlosť  $v$  emitovaných  $\beta$ -elektrónov.

Fyziologický roztok obsahujúci  $\text{NaCl}$  sa vystaví neutrónovému žiareniu, čím zo stabilných nuklidov  $^{23}\text{Na}$  vzniká rádioaktívny nuklid  $^{24}\text{Na}$ . Vzorka rádioaktívneho roztoku s objemom  $V_1 = 2,0 \text{ cm}^3$  a aktivitou  $A_1 = 2,0 \text{ kBq}$  sa vstrekuje do krvného obehu pacienta.

- Určte koncentráciu  $n_1$  rádioaktívnych iónov  $^{24}\text{Na}^+$  vo vzorke roztoku (počet iónov na  $1 \text{ ml}$  roztoku)
- Po uplynutí času  $t_2 = 5,0 \text{ h}$ , keď sa rádioaktívny roztok dokonale rozptýli v celej krvnej sústave, odobrali pacientovi krv s objemom  $V_2 = 1,0 \text{ cm}^3$  a meraním určili vyžarovanie vzorky  $A_2 = 16 \text{ } \gamma$ -fotónov za  $60 \text{ s}$ . Určte objem  $V_k$  krvi v tele pacienta.

