

## 65. ročník Fyzikálnej olympiády

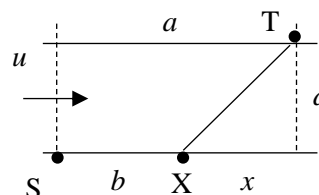
v školskom roku 2023/2024

### 1. kolo kategória C

Texty úloh

#### 1. Strážca rieky

Na pravom brehu rieky je strážca rieky S. Na druhom brehu vo vzdialenosti  $a = 100$  m v smere toku rieky tábora trampí T, obr. C–1. V určitom okamihu zbadá strážca z tábora núdzové volanie trampov o pomoc. Strážca okamžite vyrazí na pomoc. Aby sa dostal k trampom čo najskôr, prebehne najprv po brehu dráhu  $b$  rýchlosťou  $v_1 = 18$  km/h a potom skočí v bode X do vody a pláva cez rieku k tábora po spojnici XT. Šírka rieky je  $d = 40$  m a voda v rieke tečie rýchlosťou  $u$ , rovnakou po celej šírke rieky. V pokojnej vode strážca pláva rýchlosťou  $v_2 = 5,4$  km/h.



Obr. C–1

- Odvodte vzťah pre čas  $t$ , za ktorý sa strážca dostane do tábora, ako funkciu vzdialenosti  $x = a - b$  podľa obr. C–1.
- Určte najkratší možný čas  $t_1$  a zodpovedajúcu dráhu  $b_1$  pre prípad, že rýchlosť vody v rieke je nulová  $u = 0$  m/s.
- Zostrojte graf závislosti času  $t$  od vzdialenosti  $x$  pre rýchlosť toku vody  $u = 1,2$  m/s. Z grafu určte najkratší možný čas  $t_2$ , za ktorý sa môže strážca dostať do tábora, a dráhu  $b_2$  bežca po brehu.

#### 2. Povrchové napätie

Niektoré druhy hmyzu, napr. vodomerka (hydrometra stagnorum) alebo korčuliarka (gerris lacustris), sa dokážu pohybovať po hladine vody. Väčšinu života trávajú na vodnej hladine, po ktorej sa dokážu elegantne pohybovať. Aby sme si tento zaujímavý jav priblížili, vyriešime nasledujúci prípad.

Na hladinu vody opatrne položíme tenký hliníkový valcový kotúčik a ten je dokonale nezmáčavý vodou. Ak nie je kotúčik príliš hrubý, zostane na hladine plávať.



- Vysvetlite prečo zostane tenší kotúčik plávať na hladine a prečo hrubší sa po vložení na hladinu potopí. Opíšte, ako sa mení povrch kvapaliny pri postupnom prenikaní kotúčika do kvapaliny, a nakreslite tvar povrchu kvapaliny v rôznych charakteristických častiach poklesu kotúčika až po jeho zaplavenie vodou. Opíšte medzný stav, kedy nad kotúčik vnikne voda a kotúčik sa potopí. Opíšte sily, ktoré na kotúčik pôsobia, a ako sa podieľajú na jeho plávaní, resp. potopení.
- Určte maximálnu hrúbku  $h$  kotúčika, pri ktorej zostane na hladine plávať.

Povrchové napätie vody  $\sigma = 7,3 \times 10^{-2} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ , hustota vody  $\rho_0 = 1,00 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ , hustota hliníka  $\rho_{\text{Al}} = 2,70 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ , tiažové zrýchlenie  $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

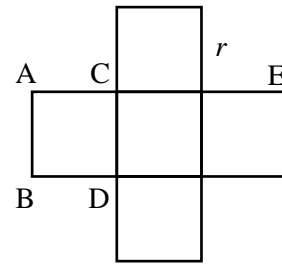
Pozn.: Môžete použiť predstavu, že na povrchu kvapaliny je tenká blana, ktorej tvar sa prispôbuje silám pôsobiacim na kvapalinu a má pevnosť danú hodnotou povrchového napätia  $\sigma$ .

Odporúčame, vyskúšať si plávanie hliníkovej mince na vode, jej zatlačenie do vody, sledovať, ako sa správa voda na okraji mince a kedy voda nad mincu prenikne.

### 3. Odporová sieťka

Na obr. C–2 je znázornená sieťka pozostávajúca zo 16 rovnakých úsekov. Všetky úseky majú rovnaký elektrický odpor  $r$ .

Po pripojení zdroja napätia  $U = 9,0 \text{ V}$  k uzlom C a D prechádza zdrojom prúd  $I_1 = 500 \text{ mA}$ .

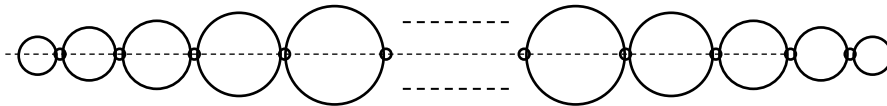


Obr. C–2

- Určte odpor  $r$  jednotlivých úsekov sieťky.
- Určte prúd  $I_2$  prechádzajúci zdrojom, ak ho pripojíme k uzlom A a B.
- Určte prúd  $I_3$  prechádzajúci zdrojom, ak ho pripojíme k uzlom B a E.

### 4. Vodivá retiazka

Zlatník zhotovil striebornú ozdabu podľa obr. C-3, pozostávajúcu z krúžkov rôznych priemerov z tenkého homogénneho strieborného drôtu vzájomne spojených malou kvapkou kovu.



Obr. C–3

Hmotnosť ozdoby je  $m = 3,91 \text{ g}$  a celkový elektrický odpor  $R = 1,00 \times 10^{-2} \Omega$ .

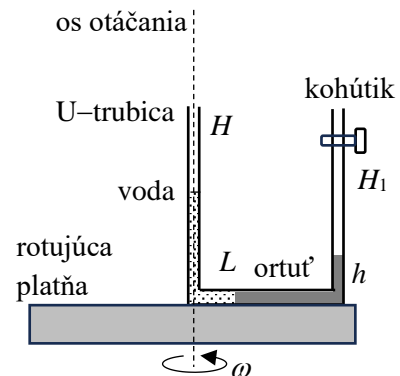
- Určte dĺžku  $L$  ozdoby.
- Určte priemer  $d$  a dĺžku  $l$  použitého strieborného drôtu.

Hustota striebra  $\rho_m = 10,5 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ , rezistivita striebra  $\rho_R = 1,49 \times 10^{-6} \Omega\cdot\text{cm}$ . Hmotnosť a odpor spojov krúžkov neuvažujte. Priemer krúžkov je značne väčší ako priemer  $d$  drôtu.

### 5. Voda a ortuť v U–trubici

Sklenená rúrka má tvar U–trubice, obr. C–4, s vodorovnou časťou dĺžky  $L = 20 \text{ cm}$  a zvislými ramenami s dĺžkou  $H = 25 \text{ cm}$  a s rovnakým vnútorným prierezom po celej jej dĺžke. U–trubica je pripevnená k povrchu platne, ktorá sa môže otáčať okolo zvislej osi prechádzajúcej osou ľavého ramena. Pravé rameno má vo výške  $H_1 = 20 \text{ cm}$  uzatvárateľný kohútik.

V trubici sa nachádza ortuť, ktorá vyplní celú jej vodorovnú časť (dĺžka ortuťového stĺpca je  $L$ ).



Obr. C–4

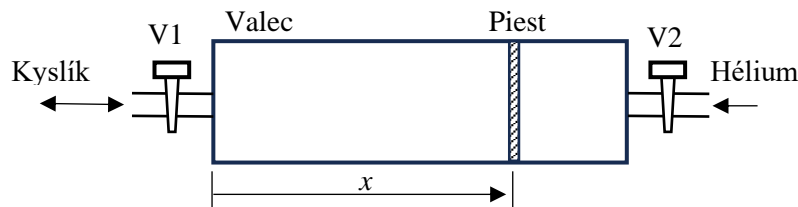
- V prvom prípade na stojacej platni a otvorenom kohútiku nalievame do ľavého ramena vodu, ktorá vytlačí ortuť do pravého ramena, až kým dĺžka vodného stĺpca nedosiahne dĺžku  $L$  ortuťového stĺpca. Určte výslednú výšku  $h_1$  ortuti v pravom ramene.

- b) V druhom prípade kohútik na začiatku uzatvoríme a opakujeme dej z časti a). Do ľavého ramena pomaly nalievame vodu, až kým dĺžka vodného stĺpca nedosiahne hodnotu  $L$ . Určte výšku  $h_2$ , ktorú dosiahne ortuť v pravom ramene.
- c) V treťom prípade pri otvorenom kohútiku nalejeme do ľavej rúrky vodu s objemom rovným objemu ortuti, a potom začneme sústavu pomaly roztáčať. Určte otáčky  $N$  ako funkciu výšky  $h$  stĺpca ortuti v pravom ramene, až kým voda nevytlačí ortuť z vodorovnej časti U–trubice. Nakreslite graf tejto funkcie a uveďte výsledné otáčky dosky  $N_m$  pre  $h = L$ .

Hustota vody  $\rho_v = 1,0 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , hustota ortuti  $\rho_o = 13,5 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ,  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ , molárna hmotnosť vzduchu  $M_m = 29 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ , atmosférický tlak  $p_a = 100 \text{ kPa}$ . Teplotu vzduchu v rúrke považujte počas nalievania vody do ľavej trubice za konštantnú. Priemer rúrky je veľmi malý v porovnaní s rozmermi U–trubice, kapilárne javy neuvažujte.

## 6. Plyny vo valci s piestom

Tenkostenný sklenený valec s dĺžkou  $L = 50 \text{ cm}$  a obsahom vnútorného prierezu  $S = 50 \text{ cm}^2$  má v čelách prírody plynu uzatvárateľné ventily V1 a V2, obr. C–5. Vo vnútri valca je voľne pohyblivý tenký piest. Ľavým prívodom sa do valca privádza alebo z valca odvádza kyslík, pravým sa privádza hélium.



Obr. C–5

Na začiatku je ľavý prívod voľný a ventil V1 otvorený. Piest sa nachádza v pravej krajnej polohe ( $x = L$ ). K pravému prívodu sa pripojí hadička od zásobníku hélia a hélium sa do valca pomaly napúšťa, až keď piest dosiahne ľavú krajnú polohu ( $x = 0$ ), takže celý valec je vyplnený héliom s tlakom rovným atmosférickému tlaku  $p_a = 100 \text{ kPa}$  a izbovou teplotou  $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Po naplnení valca héliom sa ventil V2 uzatvorí.

- a) Určte hmotnosť  $m_{\text{He}}$  vo valci.

K ľavému prívodu sa pripojí hadica od kompresora, ktorou sa začne do valca privádzať kyslík s teplotou  $t_0$ , čím sa začne piest posúvať.

Najprv sa kyslík napúšťa pomaly, takže teplo vznikajúce pri stláčaní plynov sa stačí odvádzať stenami valca, a tak sa teplota plynov pri stláčaní nemení.

- b) Určte polohu  $x_0$  piestu, keď kyslík vo valci dosiahne rovnakú hmotnosť ako má hélium.
- c) Určte hmotnosť  $m_{\text{O}}$  kyslíka privedeného do valca, ak sa piest posunie do polovice dĺžky valca. Určte aj tlak  $p_1$  vo valci po dosiahnutí tohto stavu.

Experiment sa zopakoval s tým, že kyslík sa vháňal do valca rýchlo, takže sa počas stláčania z plynov nestačilo odvádzať teplo.

- d) Určte teplotu  $t_2$  a tlak  $p_2$  hélia po rýchlom posunutí piestu do polovice dĺžky valca. Určte teplo  $Q$ , ktoré sa odvedie stenami valca pri postupnom ochladení hélia na izbovú teplotu  $t_0$ .

Molekuly hélia sú jednoatómové, kyslíka dvojatómové. Hodnoty veličín potrebných na výpočty vyhľadajte vo fyzikálnych tabuľkách alebo na internete.

## 7. Steinerova veta

Pri otáčavom pohybe telies sa ako miera zotrvačnosti uplatňuje moment zotrvačnosti. Ak pre postupný pohyb platí pohybová rovnica  $F = m a$ , kde mierou zotrvačnosti je hmotnosť telesa, pohybová rovnica otáčania okolo pevnej osi je  $M = I \varepsilon$ , kde  $M$  je moment sily vzhľadom na os otáčania,  $\varepsilon$  uhlové zrýchlenie a  $I$  moment zotrvačnosti vzhľadom na os otáčania. Z teórie otáčavého pohybu vyplýva, že moment zotrvačnosti závisí od voľby osi otáčania. Ak uvažujeme rôzne rovnobežné osi, najmenšiu hodnotu  $I_0$  má v prípade osi, ktorá prechádza hmotným stredom telesa. Pre vzdialenosť  $a$  osi otáčania od hmotného stredu telesa je moment zotrvačnosti vzhľadom na túto os vyjadrený vzťahom

$$I = I_0 + m a^2 - \text{Steinerova veta.} \quad (1)$$

*Úloha:*

Overte platnosť Steinerovej vety pre vhodné teleso s využitím kmitov fyzikálneho kyvadla.

*Postup:*

Ako teleso použijete homogénnu obdĺžnikovú dosku alebo tyč. V telese urobte sériu otvorov pre zasunutie tenkej osky, napr. ihly. Urobte si vhodný stojan, na ktorý sa oska položí tak, aby mohlo teleso okolo osky kmitať.

- Závesnou metódou určte polohu ťažiska.
- Zmerajte vzdialenosti  $a_i$  otvorov pre osky od ťažiska.
- Pre jednotlivé polohy osky zmerajte čo najpresnejšie dobu kmitu  $T_i$  kyvadla.
- Zo vzťahu pre dobu kmitu fyzikálneho kyvadla

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{m g a}} \quad (2)$$

určte pre každú polohu osky moment zotrvačnosti  $I_i$ .

- Namerané hodnoty zostavte do tabuľky a zostrojte graf závislosti momentu zotrvačnosti  $I$  od vzdialenosti  $a$ . Veličiny vynášajte tak, aby sa overila kvadratická závislosť (1).
- Z grafu určte moment zotrvačnosti  $I_0$  vzhľadom na os prechádzajúcu ťažiskom telesa a hmotnosť  $m$  telesa.
- Určte hmotnosť vážením telesa. Určte teoretickú hodnotu momentu zotrvačnosti vzhľadom na os prechádzajúcu hmotným stredom telesa  $I_0 = \frac{1}{12} m c^2$ , kde  $c$  je dĺžka uhlopriečky strany kolmej na os otáčania obdĺžnikovej dosky, resp. dĺžka tyče. Teoretické hodnoty porovnajte s hodnotami určenými experimentálne.

*Pozn.: Každé meranie niekoľkokrát opakujte, aby sa dosiahla dostatočná presnosť. Každý krok merania v zápise merania zdôvodnite a odhadnite presnosť dosiahnutých výsledkov.*

*Experiment možno urobiť aj s telesom zložitejšieho tvaru, ale v tom prípade nebude zrejme možné určiť pre porovnanie teoretickú hodnotu  $I_0$ .*