

## 65. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2023/2024

### 1. kolo kategória D

*Texty úloh*

#### 1. Plt' a čln

Na behu rieky sú dva tábory, v jednom trávia čas nadaní fyzici, v druhom, vo vzdialenosti  $L = 3,2$  km v smere toku rieky, nadaní matematici. Z tábora F pri fyzikálnom tábore vyplával chlapec Fyzikus po prúde rieky na plti unášanej riekou (bez akéhokoľvek pohybu). Za čas  $t_1 = 60$  min dorazil do prístavu M pri matematickom tábore. Zistil však, že pri nastupovaní na vor si zabudol v prístave F na móle svoj ruksak. V prístave bol našťastie kamarát Matematikus, ktorý mal motorový čln. Sadli teda do člna a vydali sa proti prúdu do prístavu F, na móle vzali zabudnutý plecniak a ihneď sa obrátili nazad na plavbu do prístavu M. Počas celej plavby, ktorá trvala  $t_2 = 32$  min, išiel čln na maximálny výkon motora.

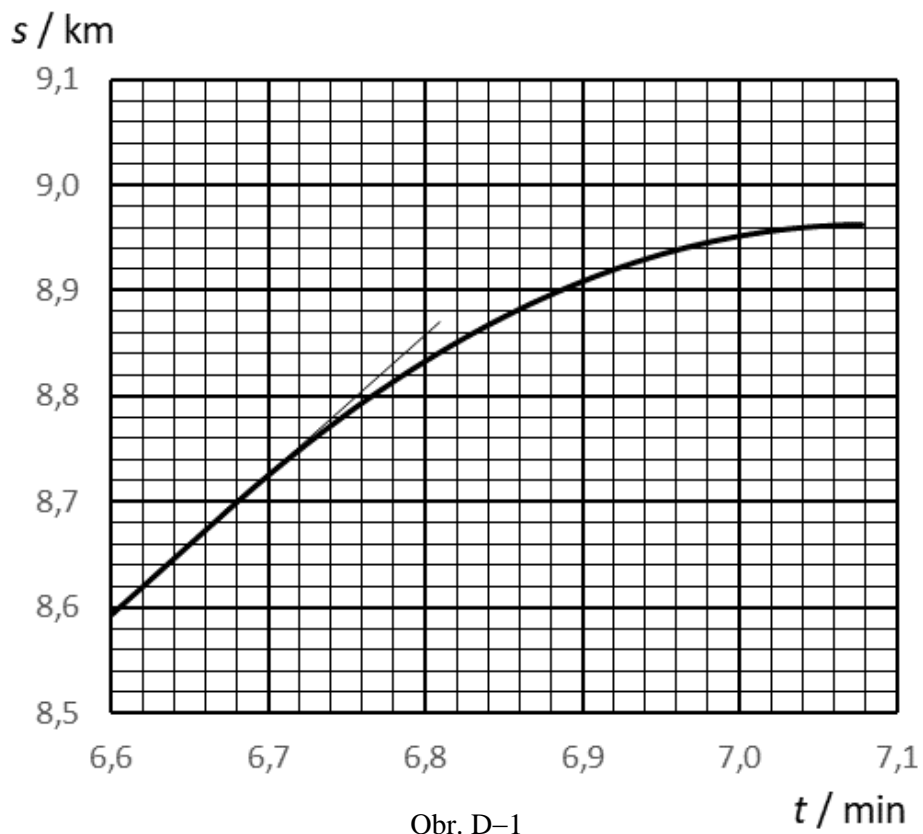
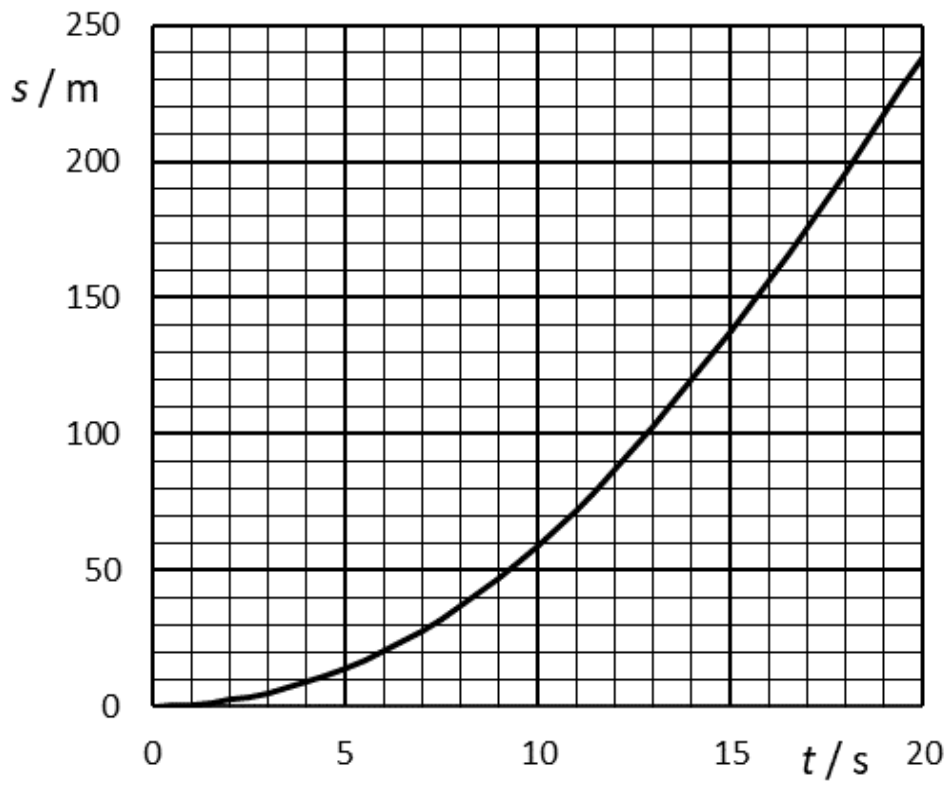
- Po aký čas  $t_{21}$  sa čln plavil proti prúdu rieky?
- Aká je rýchlosť  $v$  člna vzhľadom na vodu, v ktorej sa pohybuje?

Predpokladajte, rýchlosť prúdu vody v rieke je pozdĺž celej trasy plavby rovnaká.

#### 2. Autobus

Pri tvorbe cestovného poriadku nainštalovali do medzimestského autobusu zariadenie, ktoré zaznamenávalo dráhu autobusu ako funkciu času. Zo skúšobnej jazdy medzi dvomi zastávkami bol získaný záznam. Autobus sa najprv zrýchľil zo stavu pokoja na rýchlosť  $v_1 = 20$  km/h, potom po preradení na vyšší rýchlostný stupeň, zrýchľoval na rýchlosť  $v_2 = 60$  km/h a po ďalšom preradení rýchlostného stupňa dosiahol cestovnú rýchlosť, ktorou sa pohyboval až k ďalšej zastávke. Zrýchlenia sú pri každom prevodovom stupni konštantné, ale vzájomne odlišné. Keď sa priblížil k zastávke, začal brzdiť až kým nezastavil. Pre možnosť detailnej analýzy sú v grafoch znázornené len začiatočná a záverečná fáza pohybu autobusu, obr. D–1.

- Pomocou hodnôt získaných z grafu dráhy určte priemernú rýchlosť  $v_p$  medzi zastávkami.
- Zostrojte graf závislosti rýchlosti  $v$  autobusu od času  $t$  pre uvedené časové intervaly s použitím grafu dráhy na obr. D–1.
- Podľa získaného grafu  $v = f(t)$  opíšte jednotlivé intervaly pohybu (3 počas rozbehu, 1 cestovný, 1 záverečný). Ukážte, že nerovnomerné úseky pohybu sú rovnomerne zrýchlené a určte zrýchlenie pre všetky štyri nerovnomerné úseky pohybu.

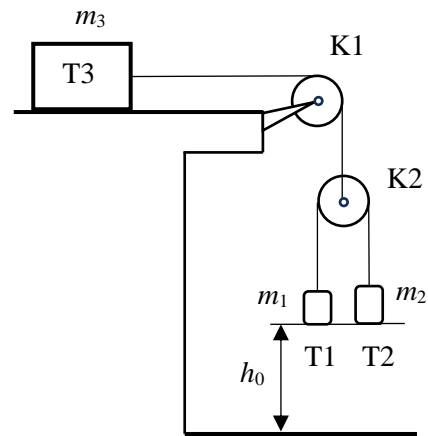


Obr. D-1

### 3. Sústava telies

Na obr. D–2 je sústava telies T1 až T3 s hmotnosťami  $m_1$ ,  $m_2$  a  $m_3$  vzájomne spojených tenkými vláknami. Na začiatku sú telesá T1 a T2 vo výške  $h_0$  nad vodorovnou podložkou. Predpokladajte, že trenie v sústave je nulové, hmotnosť a moment zotrvačnosti kladiek sú zanedbateľne malé. Na začiatku bola sústava udržiavaná v pokoji.

- Určte zrýchlenie telies po uvoľnení sústavy a čas  $t_a$ , za ktorý dopadnú telesá 1 a 2 na vodorovnú podložku, ak  $m_1 = m_2 = m_3$ .
- Určte zrýchlenia  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  jednotlivých telies po uvoľnení sústavy, ak  $m_3 = 3 m_1 = 2 m_2$ . Určte čas  $t_b$ , za ktorý dopadne teleso T2 na podložku.



Obr. D–2

### 4. Plávajúca fľaša

Do zvislej valcovej nádoby s obsahom vnútorného prierezu  $S = 250 \text{ cm}^2$  čiastočne naplnenej vodou do výšky  $h_0$  sme vložili prázdnu otvorenú sklenenú fľašu s vnútorným objemom  $V_{\text{vn}} = 800 \text{ ml}$ , pričom fľaša zostala vo vode plávať a nedotýkala sa dna nádoby. Pri vložení fľaše do vody stúpila hladina vody v nádobe o  $h_1 = 20 \text{ mm}$  od začiatočnej výšky  $h_0$ .

Potom sme začali do fľaše opatrne nalievať vodu. Keď voda vo fľaši dosiahne určitú hmotnosť  $m$ , začne sa fľaša potápať (v tomto okamihu už žiadna časť fľaše nevytrča nad voľnú hladinu vody). Počas nalievania vody do fľaše, až kým jej otvor nedosiahne hladinu vody v nádobe, pričom fľaša sa nedotkne dna nádoby, stúpne hladina vody v nádobe z hodnoty  $h_0 + h_1$  o výšku  $h_2$ .

- Určte hmotnosť  $m_0$  prázdnej fľaše.
- Určte hmotnosť  $m$  vody naliatej do fľaše, pri ktorej jej otvor klesne na úroveň hladiny vody v nádobe.
- Určte výšku  $h_2$ , o ktorú stúpne hladina vody v nádobe počas nalievania vody do fľaše.
- Určte ustálenú zmenu  $h_3$  výšky hladiny vody v nádobe od hodnoty  $h_0 + h_1 + h_2$ , ak fľaša klesne ku dnu nádoby.

Hustota vody  $\rho_0 = 1,00 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ , hustota skla fľaše  $\rho_s = 2,50 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ .

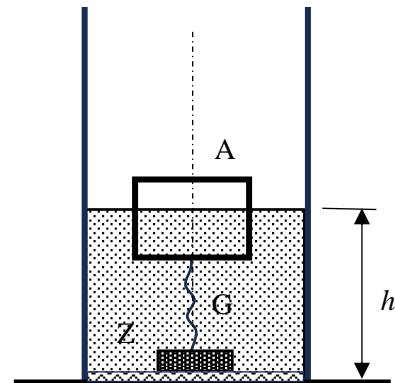
### 5. Valec vo vode

Na pokus použijeme valcové teleso A s priemerom  $d = 40 \text{ mm}$  a výškou  $v = 30 \text{ mm}$ , ku ktorému je pripevnená v strede podstavy tenká gumička G s dĺžkou  $L_0 = 80 \text{ mm}$ . Na druhý koniec gumičky sme pripevnili závažie Z s hmotnosťou  $m_Z = 14 \text{ g}$ . Ak závažie voľne visí na gumičke, gumička sa predĺži o  $\Delta L = 15 \text{ mm}$ . Teleso A spojené so závažím Z vložíme do valcovej nádoby s vnútorným priemerom  $D = 10 \text{ cm}$  a do nádoby pomaly prilievame vodu. Keď teleso A začne plávať, pod hladinou vody je ponorené časťou  $p_0 = 2/3$  objemu, obr. D–3. Keď pri ďalšom prilievaní vody dosiahne jej hladina v nádobe hodnotu  $h_0$ , gumička sa vyrovná a pri ďalšom prilievaní vody sa začne napínať.

- Určte hustotu  $\rho_A$  valcového telesa.
- Určte najväčší ponor  $p$  (ponorenú časť telesa) valcového telesa A, ktorý dosiahne pri ďalšom prilievaní vody do valcovej nádoby, pre prípady, keď je závažie Z z hliníka alebo z olova. Situácie znázornite vhodným obrázkom.

- c) Určte zmenu výšky hladiny vody v nádobe  $\Delta h = h_m - h_0$ , kde  $h_m$  je minimálna výška hladiny, pri ktorej dosiahne valcové teleso A počas prilievania vody výsledný ponor  $p$  pre závažie Z z hliníka alebo z olova.

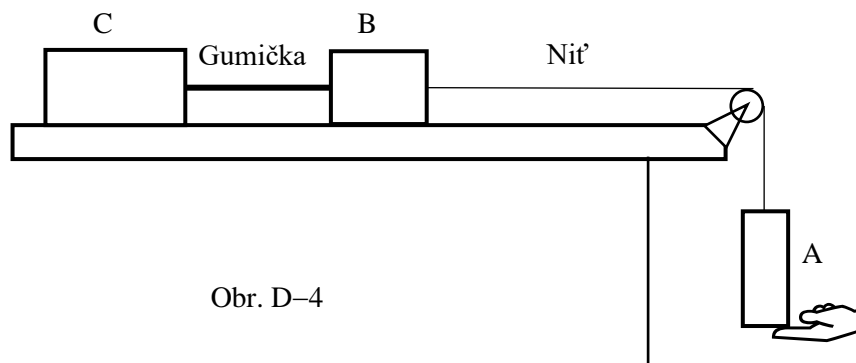
Úlohu riešte všeobecne a potom pre dané hodnoty. Hustota vody  $\rho_v = 1,00 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ , hustota olova  $\rho_o = 11,34 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ , hustota hliníka  $\rho_h = 2,70 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ , tiažové zrýchlenie  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . Predpokladajte, že predĺženie gumičky je priamoúmerné napínajúcej sile. Hmotnosť a objem gumičky neuvažujte. Os valca je stále zvislá a totožná s osou nádoby. Na dne nádoby je tenká vrstvička piesku, aby mohla voda vniknúť pod závažie.



Obr. D-3

## 6. Mechanická sústava

Na vodorovnom povrchu dlhého stola sa nachádza dvojica telies B a C s hmotnosťami  $m_B$  a  $m_C$ . K telesu B je niťou pripojené cez kladku teleso A s hmotnosťou  $m_A$  a telesá B a C sú vzájomne prepojené pružnou gumičkou s tuhosťou  $k$ .



Obr. D-4

Na začiatku je teleso A pridržiavané a sústava telies je v pokoji, pričom gumička je vyrovnaná, ale nenapnutá, obr. D-4. V určitom okamihu sa teleso A uvoľní a sústava sa začne pohybovať.

- Určte zrýchlenie  $a_0$  telesa A tesne po jeho uvoľnení a silu  $F_0$ , ktorá v tomto okamihu napína niť. Počas ďalšieho pohybu sa začne gumička predlžovať, až dosiahne maximálne ustálené relatívne predĺženie  $\varepsilon = 40\%$  vzhľadom na pôvodnú dĺžku.
- Určte výsledné zrýchlenie  $a_1$  telesa A po ustálení pohybu sústavy a silu  $F_1$ , ktorá v tomto prípade napína niť.
- Určte dĺžku  $\ell_0$  nezaťaženej gumičky pred uvoľnením telesa A.

Pre zjednodušenie predpokladajte, že trenie medzi telesami B a C a podložkou je zanedbateľne malé a že gumička má veľmi malú hmotnosť a postupne sa predlžuje až do výslednej ustálenej dĺžky  $\ell_1$  a nezačne sa znovu skracovať. Predpokladajte, že predĺženie gumičky je priamoúmerné napínajúcej sile. Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty:  $m_A = 20 \text{ g}$ ,  $m_B = 30 \text{ g}$ ,  $m_C = 50 \text{ g}$ ,  $k = 7,5 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ ,  $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

## 7. Meranie hustoty

Na meranie hustoty sa používajú rôzne metódy. Ak máme teleso jednoduchého tvaru, zmeriame rozmery, vypočítame jeho objem, teleso zvážeme a vypočítame hustotu. Ak ide o väčšie teleso zložitejšieho tvaru, zistíme objem ponorením v odmernom valci do kvapaliny, ktorá teleso nezmáča. Ak sú telieska drobné, je tento spôsob nepresný a použije sa zložitejšia metóda určenia objemu telesa (označovaná ako pyknometrická). Pre veľmi jemné telieska sa používa špeciálna nádoba – pyknometer, pre väčšie telieska možno použiť sklenenú nádobu s rovinným okrajom a objemom nie veľmi väčším ako je merané teliesko.

Pre posúdenie jednotlivých metód použijeme teleso známej hustoty a jeho hustotu zmeriame uvedenými metódami.

*Postup:*

- 1) Zvoľte vhodné teliesko jednoduchého tvaru zo známeho materiálu, napr. guľku, valček, kváder a pod. z ocele, medi alebo hliníka. V tabuľkách nájdite hustotu materiálu.
- 2) Teliesko zvažte na presnej elektronickej váhe a zmerajte čo najpresnejšie rozmery telesa (napr. posuvným meradlom alebo mikrometrom). Vypočítajte objem telesa a určte jeho hustotu.
- 3) Teliesko vložte do odmerného valca, zistite jeho objem a vypočítajte jeho hustotu.
- 4) Zistite objem pyknometrickou metódou:

Zoberte vhodnú sklenenú nádobu s rovinným okrajom, napr. od kompótu, džemu, horčice a pod. a sklenenú doštičku, ktorá zakryje otvor nádoby.

- Určte hmotnosť  $m_1$  telesa.
- Nádobu naplňte vodou až po vrch a priložte na nádobu doštičku, tak aby pod ňou nezostala žiadna bublinka vzduchu. Vodu na vonkajšom povrchu dobre osušte papierovou utierkou. Určte hmotnosť  $m_2$  nádoby s vodou a doštičkou.
- Do vody v nádobe vložte merané teleso a opäť priložte doštičku tak, aby pod ňou nezostala žiadna bublinka vzduchu. Vonkajší povrch nádoby osušte. Určte hmotnosť  $m_3$  nádoby s vodou, telesom a doštičkou.

Odvodte vzťah, podľa ktorého možno z hmotností  $m_1$ ,  $m_2$  a  $m_3$  určiť objem telesa a určte hustotu telesa.

Meranie viackrát opakujte a určte priemernú hodnotu výsledkov daného merania.

Hodnoty získané jednotlivými metódami porovnajte s tabuľkovou hodnotou a posúďte presnosť jednotlivých metód. Prípadné rozdiely zdôvodnite.