
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2023/2024

Zadania úloh krajského kola kategórie A

- 1 Tabuľku 3×3 vyplníme navzájom rôznymi prirodzenými číslami od 1 do 9. Potom vypočítame súčet čísel v každom zo štyroch štvorcov 2×2 a tieto štyri súčty zapíšeme vzostupne. Rozhodnite, či tak môžeme získať postupnosť
- a) (24, 24, 25, 25),
b) (20, 23, 26, 29).
- 2 Určte všetky dvojice (k, n) kladných celých čísel takých, že existujú kladné celé čísla a, b také, že platí
- $$D(a + k, b) = n \cdot D(a, b),$$
- pričom $D(x, y)$ označuje najväčší spoločný deliteľ kladných celých čísel x a y .
- 3 Nech k je kružnica opísaná danému ostrouhlému trojuholníku ABC . Nech P je vnútorný bod toho oblúka BC kružnice k , ktorý neobsahuje bod A . Označme Q priesečník úsečiek AP a BC a U a V stredy kružníc opísaných postupne trojuholníkom BPQ a CPQ . Dokážte, že ak priamka UV prechádza niektorým vrcholom trojuholníka ABC , tak jeden z bodov U a V leží na kružnici k .
- 4 Súčet 74 (nie nutne rôznych) reálnych čísel z uzavretého intervalu $[4, 10]$ je 356. Určte najväčšiu možnú hodnotu súčtu ich druhých mocnín.

Krajské kolo MO kategórie A sa koná v **utorok 16. januára 2024 od 8:30 do 12:30**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:30 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

Vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
