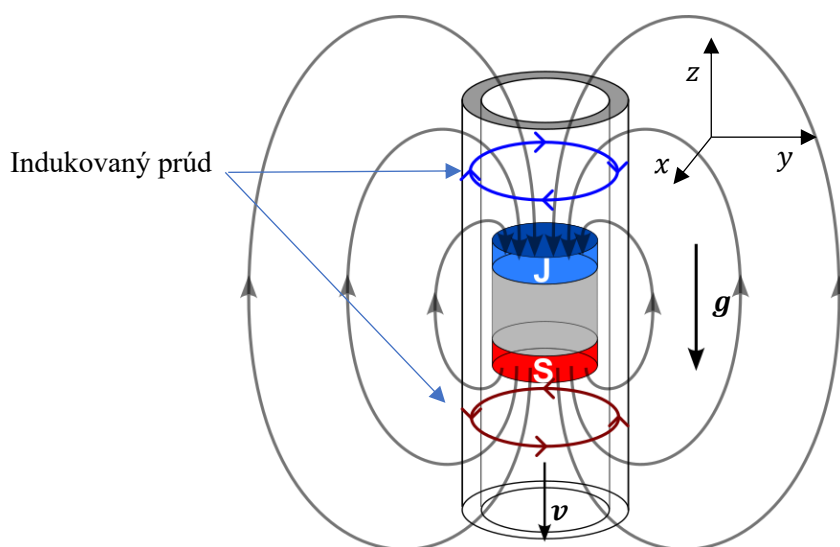


65. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2023/2024
Celoštátne kolo kategórie A
Nitra 11.–14. 4. 2024

Riešenie experimentálnej úlohy

Hodnotenie:

Merný elektrický odpor



Obr. A3-Exp-R1

T1 Do obr. A3–Exp–R1 v odpoved'ovom hárku vyznačte šípkami smer indukčných čiar magnetu.	1 b
Magnetické indukčné čiary sú mimo magnet orientované od severného pólu k južnému (vo vnútri magnetu sa uzatvárajú od južného pólu k severnému).	
T2 V obr. E3–Exp–R1 zakreslite indukovaný prúd tam, kde ho považujete za významný a označte smer tohto prúdu. Odpoveď fyzikálne zdôvodnite.	1 b
<p>Zdôvodnenie: Nosiče náboja v rúre sa pohybujú voči magnetu smerom hore. Na dolnom konci má magnetické pole smer od osi. Lorentzova sila $\mathbf{F}_Q = Q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ pôsobí na záporné elektróny v rúre tangenciálna sila v smere hodinových ručičiek. Konvenčný smer prúdu je opačný proti smeru. Pri hornom konci je to opačne. Na úrovni stredu magnetu trubku pretína len minimum indukčných čiar, tu je prúd skoro nulový. Ďaleko od magnetu (pod i nad) je magnetické pole slabé a prúdy sú nevýznamné. Významné sú prúdy v blízkosti pólov magnetu (pri severnom a južnom je ich orientácia opačná). Možné je aj vysvetlenie podľa Lenzovho zákona.</p>	

Kód súťažiaceho:

<p>T3 Určte výšku h valcovej plochy na stenách rúrky, na ktorej je „pod magnetom“ („nad magnetom“) nenulové magnetické pole podľa uvedeného zjednodušeného modelu.</p>	1 b
<p>Z predpokladu konštantnej indukcie na povrchu magnetu a rúry máme</p> $\Phi_0 = B S = B \pi R^2 = B 2 \pi r h,$ <p>Odkiaľ máme $h = \frac{R^2}{2 r}$</p>	
<p>T4 Uvedte vzťah pre veľkosť indukovaného prúdu ΔI, ktorý prechádza výrezom na obr. A3–Exp–3), ak merný elektrický odpor materiálu vodiča je ρ a magnet (s magnetickým poľom podľa zjednodušeného modelu) sa pohybuje konštantnou rýchlosťou v v smere gravitačného poľa.</p>	1 b
<p>Prstenec rúrky s dĺžkou $2 \pi r$ s výškou h sa pohybuje relatívne v magnetickom poli B rýchlosťou v. Indukuje sa v ňom elektromotorické napätie</p> $\mathcal{E} = B l v = B 2 \pi r v.$ <p>V prstenci vytvára indukovaný prúd</p> $I = \frac{\mathcal{E}}{R_e} = \frac{B 2 \pi r v}{\rho \frac{2 \pi r}{h d}} = \frac{h d B v}{\rho}$	
<p>T5 Určte silu ΔF, ktorou pôsobí magnet na výrez podľa obr. A3–Exp–3, a celkovú silu F, ktorá brzdí padajúci magnet.</p>	1 b
<p>Na prstenec výšky h s prúdom I pôsobí v magnetickom poli sila</p> $F = B I L = B \frac{h d B v}{\rho} 2 \pi r.$ <p>Podľa zákona akcie a reakcie pôsobí na magnet od jeho hornej i dolnej časti sila $F_m = 2 F = 4 \pi \frac{h d r B^2}{\rho} v = 2 \pi \frac{d R^2 B^2}{\rho} v.$</p>	
<p>T6 Určte výslednú ustálenú rýchlosť v_m padajúceho magnetu.</p>	1 b
<p>Pohyb sa ustáli, keď sila magnetická vyrovná silu gravitačnú</p> $m g = 2 \pi \frac{d R^2 B^2}{\rho} v_m, \text{ odkiaľ máme } v_m = \frac{\rho m g}{2 \pi d R^2 B^2}.$	
<p>T7 Uvedte vzťah pre rezistivitu ρ materiálu rúrky ako funkciu ustálenej rýchlosti v_m pádu magnetu.</p>	2 b
$\rho = \frac{2 \pi d R^2 B^2}{m g} v_m, \quad \rho = K d B^2 v_m, \text{ kde } K = \frac{2 \pi R^2}{m g} = (1,32 \times 10^{-3}) \frac{\text{m}^2}{\text{N}}$	

Experimentálna časť

Parametre magnetu:

$H = (22,00 \pm 0,05)$ mm (celková výška magnetu spolu s plastickou vložkou medzi dvomi magnetmi; jednotlivé magnety majú polomer 10,0 mm a výšku je 10,0 mm)

$R = (10,00 \pm 0,05)$ mm (polomer valcového magnetu)

$m = (48,40 \pm 0,05)$ g (hmotnosť jedného magnetu 24,0 g, plastická vložka 0,4 g)

$B = (1,305 \pm 0,015)$ T (údaj od výrobcu, magnety sú nové, preto údaj je spoľahlivý)

(Tiažové zrýchlenie: $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$)

Pokiaľ ste v teoretickej časti nedospeli k výslednému vyjadreniu rezistivity ρ , použite v úlohe E3 vzťah $\rho \approx K d B^2 v_m$, kde $K = (1,32 \times 10^{-3}) \text{ m}^2 \cdot \text{N}^{-1}$. Nepresnosti veličín H, R, m, g neuvažujte.

E1 Zmerajte hodnoty dĺžok rúrok a doplňte ich do odpovedového hárku.

Rúrka	krátka Al rúrka	dlhá Al rúrka	Rúrka iný kov	
r / mm	$12,97 \pm 0,08$	$12,96 \pm 0,08$	$12,48 \pm 0,01$	
d / mm	$2,02 \pm 0,03$	$2,00 \pm 0,03$	$2,03 \pm 0,04$	
$(\ell \pm \delta\ell)/m$	$0,250 \pm 0,001$	$0,500 \pm 0,001$	$0,500 \pm 0,001$	2 b

E2 Zmerajte dobu pádu magnetu v jednotlivých rúrkach, meranie pre každú rúrku opakujte 10×, určte strednú hodnotu a štandardnú odchýlku merania.

Rúrka	krátka Al rúrka	dlhá Al rúrka	rúrka iný kov	3 b
Meranie	t_k	t_d	t_c	
1	2,66	5,37	10,40	
2	2,62	5,16	10,52	
3	2,81	4,87	10,27	
4	2,65	4,78	10,27	
5	2,75	4,72	10,19	
6	2,84	4,69	10,10	
7	2,82	5,16	10,24	
8	2,81	4,87	10,27	
9	2,65	4,78	10,27	
10	2,75	4,72	10,19	
Stredná hodnota \bar{t}	2,74	4,91	10,27	
Štandardná odchýlka δt	0,08	0,22	0,11	

<p>E3 Určte ustálenú rýchlosť pádu magnetu $v_{m\text{exp}}$ v hliníkovej rúrke na základe merania doby t_d pádu v dlhej rúrke dĺžky ℓ_d a doby t_k pádu v krátkej rúrke dĺžky ℓ_k</p>	
$t_d = \frac{\ell_d - \Delta\ell}{v_{m\text{exp}}} + \frac{\Delta\ell}{v_s} = \frac{\ell_d}{v_{m\text{exp}}} + \Delta\ell \left(\frac{1}{v_s} - \frac{1}{v_{m\text{exp}}} \right)$ $t_k = \frac{\ell_k - \Delta\ell}{v_{m\text{exp}}} + \frac{\Delta\ell}{v_s} = \frac{\ell_k}{v_{m\text{exp}}} + \Delta\ell \left(\frac{1}{v_s} - \frac{1}{v_{m\text{exp}}} \right)$ <p>Odtiaľ máme $t_d - t_k = \frac{\ell_d}{v_{m\text{exp}}} - \frac{\ell_k}{v_{m\text{exp}}}$, a teda $v_{m\text{exp}} = \frac{\ell_d - \ell_k}{t_d - t_k}$.</p> <p>Vzťah pre vyhodnotenie nepresnosti $\delta v_{m\text{exp}} = \left(\frac{\delta\ell_d + \delta\ell_k}{\ell_d - \ell_k} + \frac{\delta t_d + \delta t_k}{t_d - t_k} \right) \bar{v}_{m\text{exp}}$</p>	
<p>Pre namerané hodnoty: $v_{m\text{exp}} = \bar{v}_{m\text{exp}} \pm \delta v_{m\text{exp}} = (1,15 \pm 0,17) \times 10^{-1} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$</p>	<p>1 b</p>
<p>Rezistivita hliníka: $\rho_{\text{Al}} = \frac{2\pi d R^2 B^2}{mg} v_{m\text{exp}}$</p> <p>Vzťah pre vyhodnotenie nepresnosti $\delta\rho_{\text{Al}} = \left(\frac{\delta d}{d} + 2\frac{\delta B}{B} + \frac{\delta v_{m\text{exp}}}{\bar{v}_{m\text{exp}}} \right) \bar{\rho}_{\text{Al}}$</p>	<p>1 b</p>
<p>Rezistivita hliníka $\rho_{\text{Al}} = \bar{\rho}_{\text{Al}} \pm \delta\rho_{\text{Al}} = (1,36 \pm 0,25) \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$</p>	

<p>E4 Na základe meraní určených rýchlostí v_{m1} a v_{m2} pre dlhé rúrky z rôznych materiálov určte pomer $\kappa_{\text{exp}} = \rho_{\text{Al}}/\rho_{\text{Cu}}$ rezistivity oboch materiálov a porovnajte s tabuľkovou hodnotou $\kappa_{\text{tab}} = \dots\dots\dots$ (dodaná na mieste). Rozdiely diskutujte.</p>	
$v_{m1} = \frac{\ell_d}{t_d}, \quad v_{m2} = \frac{\ell_c}{t_c}, \quad \kappa_{\text{exp}} = \frac{\rho_{\text{Al}}}{\rho_{\text{Cu}}} = \frac{d_{\text{Al}}}{d_{\text{Cu}}} \frac{v_{m1}}{v_{m2}} = \frac{d_{\text{Al}}}{d_{\text{Cu}}} \frac{\ell_d}{\ell_c} \frac{t_c}{t_d}$ <p>Vzťah pre nepresnosť $\delta\kappa_{\text{exp}} = \left(\frac{\delta d_{\text{Al}}}{d_{\text{Al}}} + \frac{\delta d_{\text{Cu}}}{d_{\text{Cu}}} + \frac{\delta\ell_d}{\ell_d} + \frac{\delta\ell_c}{\ell_c} + \frac{\delta t_d}{t_d} + \frac{\delta t_c}{t_c} \right) \bar{\kappa}_{\text{exp}}$</p>	
<p>$\bar{\kappa}_{\text{exp}} + \delta\kappa_{\text{exp}} = (2,06 \pm 0,20) \quad \kappa_{\text{tab}} \in [1,54; 2,99]; \quad \kappa_{\text{tab}} \approx 2,26$</p> <p><i>Pozn: čistá meď $\rho_{\text{Cu}} = (1,724 \pm 0,001) \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$</i></p> <p><i>Rezistivita hliníka je silne závislá od prímiesí aj technológie prípravy materiálu</i></p> <p><i>a pohybuje sa v intervale od $2,650 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ až do $5,150 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$, aj vyššie</i></p>	<p>0,5 b</p>
<p>$\bar{\kappa}_{\text{exp}} - \kappa_{\text{tab}} = 2,06 - 2,26 = -0,20$</p>	<p>0,5 b</p>

<p>Zdôvodnenie rozdielu:</p> <p>Absolútna hodnota rezistivity:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Predpoklad vysokej magnetickej indukcie na stenách trubky (ako na pôloch magnetu) 2) Kolmý prechod indukčných čiar cez stenu (v skutočnosti šikmo), pričom magnet brzdí len kolmá zložka) 3) Zložitá geometria magnetického poľa (dôsledkom čoho brzdenie závisí nie len od hrúbky steny rúrky, ale aj od polomeru magnetu a rúrky) <p>Pomer rezistívít:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) v podstate predchádzajúci bod 3) Pri rovnakej geometrii trubiek rozmerová analýza diktuje pomer ako v našom zjednodušenom modeli (modelovo nezávislý). Pri odlišnej geometrii sa prejaví reálna geometria magnetických siločiar a trubiek. <p>Detaily</p> <p>V tomto prípade je dôvodom zjednodušený model. Ten počíta s tým, že magnetické indukčné čiary prechádzajú stenou rúrky kolmo, vďaka čomu výsledok nezávisí od veľkosti medzery medzi magnetom a rúrkou. Taktiež sa predpokladá, že hustota indukčných čiar je rovnaká na stene, ako na póloch magnetu. Je jednoduché dospieť v rámci tu uvažovaného zjednodušeného modelu, že ak magnetická indukcia na povrchu trubky nebude B ale kB ($k < 1$), potom výška mysleného valca s nenulovým magnetickým tokom bude nie h ale $\frac{h}{k}$, a medzná rýchlosť vzrastie na v_m/k. V konečnom dôsledku bude rezistivita aj v takto upravenom zjednodušenom modeli len</p> $\rho_{Al} = k \frac{2\pi dR^2 B^2}{mg} v_{mexp}$ <p>Podobný efekt má to, že indukčné čiary prechádzajú trubkou nie kolmo na steny. K brzdeniu magnetu prispievajú (ako vyplýva zo symetrie) len zložka kolmá na smer pohybu magnetu (kolmá na ostrubky). Pokiaľ by boli trubky rovnakej geometrie, tieto modelové parametre by na pomer rezistívít nevplývali (vyplýva z jednoduchej rozmerovej analýzy), a bol by presne ako diktujú tabuľkové hodnoty. Odchýlka pomeru rezistívít ide teda na vrub odlišných rozmerov Cu trubky.</p>	<p>2 b</p>
--	-------------------

<p>E5 Fyzikálne zdôvodnite, prečo sa v rúrke nemôže indukovať tak veľký prúd, aby sa magnet v rúrke zastavil, tzn. prečo magnet rúrkou vždy nakoniec prepadne.</p>	<p>1 b</p>
--	-------------------

Kód súťažiaceho:

<p>Keby sa magnet zastavil, boli by zmeny magnetického toku nulové a ďalej by sa neindukovalo v rúrke elektromotorické napätie a teda ani elektrický prúd. Proti pohybu by prestala pôsobiť sila magnetického poľa. Magnet teda nemôže zostať v rúrke v pokoji.</p>	
---	--

<p>E6 Čo viete povedať o indukovaných prúdoch vo výrazne schladenej rúrke, v porovnaní s prúdmi v neschladenej rúrke? Vašu odpoveď fyzikálne zdôvodnite.</p>	1b
<p>Ak sa rúrka výrazne ochladí, to nevlýva na geometriu magnetického poľa, ani na magnetické pole (veľkosť a smer) v rúrke (zmeny rozmerov kovovej rúrky sú tiež zanedbateľné). Na udržanie konštantnej rýchlosti treba znova vyvážiť tiaž magnetu magnetickou silou $F \sim LBI$. Nakoľko magnetické pole sa nemení, ani geometria rúrky, prúd zostáva rovnaký (dokonca v každom segmente rúrky). Z nášho zjednodušeného modelu, ale aj z obcej rozmerovej úvahy dostaneme, že $I \sim (v/\rho)$ a tiež magnetická sila pri konštantnej rýchlosti je $F \sim (v/\rho)$. Pokles rezistivity teda vedie k poklesu rýchlosti pádu magnetu v tej istej miere v akej poklesne rýchlosť.</p>	