65. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2023/2024
Riešenie úloh okresného kola
kategória E

1) Jetstream (*vyslov džetstrím*)

Riešenie:

a) Keď letí lietadlo v jetstreame, je jeho rýchlosť vzhľadom na zem $u + v$. 1 b

Dráhu s preletí za čas t_1, a teda

$$s = (u + v)\, t_1 . \qquad 2\text{ b}$$

Pri lete naspäť preletí rovnakú dráhu rýchlosťou v za čas t_2 1 b

$$s = v\, t_2 . \qquad 2\text{ b}$$

Z oboch rovníc vyjadríme pomer rýchlostí

$$\frac{u}{v} = \frac{t_2 - t_1}{t_1} = \frac{8\,\text{h}\,12\,\text{min} - 6\,\text{h}\,50\,\text{min}}{6\,\text{h}\,50\,\text{min}} = \frac{(8\times 60 + 12)\,\text{min} - (6\times 60 + 50)\,\text{min}}{(6\times 60 + 50)\,\text{min}} = 0{,}20 . \qquad 2\text{ b}$$

b) Rýchlosť lietadla voči okolitému vzduchu

$$v = \frac{s}{t_2} = \frac{8\,200\ \text{km}}{\left(8 + \frac{12}{60}\right)\text{h}} \approx 1\,000\ \text{km/h}. \qquad 1\text{ b}$$

Pri rýchlosti v jetstreame voči zemi $v + u_1$ preletí vzdialenosť s za čas

$$t_3 = \frac{s}{v + u_1} = \frac{8\,200\ \text{km}}{(1\,000 + 450)\ \text{km/h}} \approx 5{,}66\ \text{h} \approx 5\ \text{h}\ 39\ \text{min}. \qquad 1\text{ b}$$

2) Medená skrutka

Riešenie:

a) Pri pádu skrutky dochádza k premene jej potenciálnej energie na kinetickú energiu a teplo, ktoré sa odovzdáva skrutke a okolitému vzduchu. Skrutka prijíma časť k tohto tepla a tým sa zohrieva.

Vo výške h_1 má skrutka kinetickú energiu

$$E_{\text{k1}} = \frac{1}{2} m v_1^2 . \qquad 1\text{ b}$$

Pokles potenciálnej energie

$$-\Delta E_{\text{p1}} = m g (h_0 - h_1). \qquad 1\text{ b}$$

Uvoľnené teplo v dôsledku trenia skrutky o vzduch

$$Q_1 = -\Delta E_{\text{p}} - E_{\text{k1}} = m g (h_0 - h_1) - \frac{1}{2} m v_1^2 . \qquad 2\text{ b}$$

Teplo $k\, Q_1$ skutku zohrieva, a teda

$$m c (t_1 - t_0) = k\, Q_1 = k\, m \left[g (h_0 - h_1) - \frac{1}{2} v_1^2 \right]. \qquad (1)$$

Výsledná teplota

$$t_1 = t_0 + \frac{k}{c} \left[g (h_0 - h_1) - \frac{1}{2} v_1^2 \right] \approx 40\ °\text{C}. \qquad 3\text{ b}$$

b) Použijeme rovnicu (1) s tým, že vymeníme index 1 za index 2. Po úprave dostávame

$$v_2 = \sqrt{2g\left(h_0 - h_2\right) - \frac{2c}{k}\left(t_2 - t_0\right)}\,.$$

Pre $h_2 = 0$ máme $v_2 \approx 190$ m/s ≈ 683 km/h. 3 b

3) Ceruzka a papier

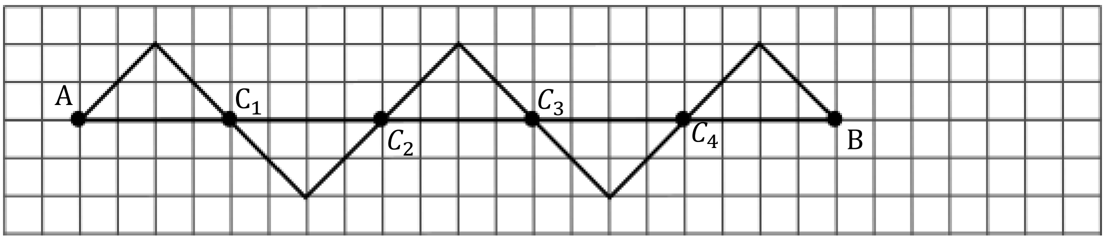
Riešenie:

a) Čiara cik-cak medzi bodmi A a B pozostáva z 10-ich úsekov dĺžky $\sqrt{2}$ cm, teda dĺžka lomenej čiary medzi bodmi A a B je $L_{\mathrm{AB}} \approx 14{,}14$ cm. 2 b

Odpor tejto vodivej čiary je $R_{\mathrm{AB}} = R_{10}\frac{L_{\mathrm{AB}}}{L} \approx 8{,}5$ MΩ. 2 b

b) Po dokreslení vodorovnej čiary medzi body A a B (ktorej dĺžka bude 10 cm), vznikne celkom 5 rovnakých častí, akou je trojuholník medzi bodmi $\mathrm{AC_1}$. Vodorovná vetva dĺžky $\ell_1 = 2{,}0$ cm a lomená čiara dĺžky $\ell_2 = \left(2\sqrt{2}\right)$ cm predstavujú paralelne zapojené odpory (rezistory), 1 b

pričom ich odpory sú



$r_1 = R_{10}\frac{\ell_1}{L} \approx 1{,}2$ MΩ a $r_2 = R_{10}\frac{\ell_2}{L} \approx 1{,}7$ MΩ. 1 b

Výsledný odpor medzi bodmi A a $\mathrm{C_1}$

$r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \approx 0{,}70$ MΩ. 2 b

Celkový odpor medzi bodmi A a B

$R = 5\,r \approx 3{,}5$ MΩ. 2 b

4) Olej v pohári

Riešenie:

a) Tlak $p_{\mathrm{D}} = p_{\mathrm{a}} + \rho g\, h = 101{,}0\ \mathrm{kPa} + 1000 \times 10{,}0 \times 0{,}80\ \mathrm{Pa} = 109{,}0\ \mathrm{kPa}$ 1 b

b) Tlak $p_{\mathrm{A}} = p_{\mathrm{a}} + \rho g(h + c) = 101{,}0\ \mathrm{kPa} + 1000 \times 10{,}0 \times 0{,}90\ \mathrm{Pa} = 110{,}0\ \mathrm{kPa}$ 1 b

c) Najprv určíme a. Objem pohára je

$V = a^2 c$, teda $a = \sqrt{V/c} = \sqrt{\frac{250}{10{,}0}}\ \mathrm{cm} = 5{,}0\ \mathrm{cm}$. 1 b

Výška olejového stĺpca v pohári

$h_{\mathrm{o}} = \frac{V_{\mathrm{o}}}{a^2} = \frac{100}{25}\ \mathrm{cm} = 4{,}0\ \mathrm{cm}$ 1 b

a tlak v bode B je

$p_{\mathrm{B}} = p_{\mathrm{a}} + \rho g(h + c - h_o) = 101{,}0\ \mathrm{kPa} + 1000 \times 10{,}0 \times 0{,}86\ \mathrm{Pa} = 109{,}6\ \mathrm{kPa}$. 1 b

d) Tlak na dno pohára zvnútra

$p_C = p_B - \rho_{\mathrm{o}} g h_{\mathrm{o}} = p_{\mathrm{a}} + \rho g(h + c - h_{\mathrm{o}}) - \rho_{\mathrm{o}}\, g\, h_{\mathrm{o}}$, a teda

$p_C = 109{,}6\ \mathrm{kPa} - 600 \times 10{,}0 \times 0{,}04\ \mathrm{Pa} = 109{,}4\ \mathrm{kPa}$. 1 b

e) Pohár sa vznáša vo vode, a teda tiaž pohára je rovná vztlakovej sile. Sily pôsobiace na bočné steny pohára nehrajú úlohu, jedine sily pôsobiace na dno pohára.

Voda pôsobí na vonkajšiu stenu dna pohára silou smerujúcou zvislo dole (pohár je tenkostenný, preto vonkajšia hranu považujeme za rovnako dlhú, ako vnútornú hranu základne)

$F_{\mathrm{D}} = p_{\mathrm{D}}\, a^2 = (109{,}0\ \mathrm{kPa})(25{,}0\ \mathrm{cm}^2) = 272{,}5\ \mathrm{N}$. 1 b

Olej pôsobí na vnútornú stenu pohára silou smerujúcou zvislo hore

$F_{\mathrm{C}} = p_{\mathrm{C}}\, a^2 = (109{,}4\ \mathrm{kPa})(25{,}0\ \mathrm{cm}^2) = 273{,}5\ \mathrm{N}$ 1 b

Nakoľko sa pohár vznáša, tieto dve sily vyvažuje tiaž pohára $G = mg$, kde m je hmotnosť pohára. Platí teda

$F_{\mathrm{D}} + G = F_{\mathrm{C}}$, a teda tiaž pohára $G = 1{,}0\ \mathrm{N}$. 2 b

(Hmotnosť pohára $m = 0{,}1\ \mathrm{kg}$)

Fyzikálna olympiáda – 65. ročník – úlohy okresného kola kat. E
Autori úloh: Boris Lacsný 1,2, Aba Teleki 3,4
Recenzia úloh: Ivo Čáp,
Redakcia: Ivo Čáp
Úlohy preložil: Aba Teleki
Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2024